ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Բաղդասարյան Աշոտ Ռաֆիկի

ՈՉ ԴԱՍԱԿԱՆ ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՖՈՐՄԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ ԵՎ ԹԵՈՐԵՄՆԵՐԻ ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ԱՐՏԱԾԵԼԻՈՒԹՅՈՒՆ ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՄԲ

Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2021

Ատենախոսության թեման հաստատվել է **Երևանի պետական համալսարանում**:

Գիտական ղեկավար՝
ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Ա. Ա. Չուբարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Է. Մ. Պողոսյան

ֆիզ. մաթ. գիտ. թեկնածու Ս. Մ. Սայադյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտ

Պաշտպանությունը կայանալու է 2022թ. հունվարի 20-ին, ժամը 15^{00}-ին, ԵՊՀ-ում գործող ՀՀ ԲՈԿ-ի 050 “Մաթեմատիկա” մասնագիտական խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝ 0025, Երևան, Ալեք Մանուկյան 1:
Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԵՊՀ գրադարանում:

Սեղմագիրը առաքված է 2021թ. դեկտեմբերի 9-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար՝
ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Տ. Ն. Հարությունյան

Ատենախոսության ընդհանուր նկարագիրը

Թեմայի արդիականությունը. Ոչ դասական տրամաբանության համակարգերի ուսումնասիրությունը գիտական մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում, իսկ, մասնավորապես, կոնստրուկտիվ տրամաբանության ֆորմալ համակարգերը հետաքրքրություն են ներկայացնում ոչ միայն գիտական, այլ նաև կիրառական տեսանկյունից: Թեզի նպատակն է ընդլայնել ոչ դասական տրամաբանության մի շարք ֆորմալ համակարգեր, ուսումնասիրել տարբեր համակարգերի միջև փոխադարձ կապերը, դիտարկել այդ համակարգերի կիրառելիությունը տրամաբանական արտածումների ավտոմատացման խնդիրներում, ինչպես նաև ուսումնասիրել մեքենայական ուսուցման մեթոդների կիրառումը արտածումների ավտոմատացման համար: Մինչ օրս մի շարք տրամաբանական համակարգերի կոնստրուկտիվ հատվածները բացահայտված չեն: Մյուս կողմից, կոնստրուկտիվ համակարգի կառուցումը չի երաշխավորում դրա կիրառելիությունը մեքենայական արտածման մեջ: Ոչ դասական տրամաբանությունների համար արտածումների ավտոմատացման տեսանկյունից կիրառելի ֆորմալ համակարգերի զարգացումը նոր և կիրառական խնդիր է:

Ատենախոսական աշխատանքի նպատակն ու խնդիրները. Ատենախոսական աշխատանքի նպատակն է **երկարժեք /«ճիշտ», «սխալ»/** մինիմալ տրամաբանության որոշ համակարգերի հետազոտությունը, ինչպես նաև հիմնվելով վերջիններիս վրա՝ ցիկլերի հայտնաբերումով համակարգերի կառուցումը: Աշխատանքում լուծվում է մեքենայական ուսուցման մեթոդների կիրառությամբ արտածման կանոնի ընտրության խնդիրը մինիմալ տրամաբանության ավտոմատացված արտածման խնդիրների համար: Ատենախոսությունում դիտարկվում է նաև **մոդալ** տրամաբանություններում /**ավելանում են «անհրաժեշտ» և «հնարավոր» արժեքները**/ մինիմալ հատվածի անջատումը և վերջիններիս համար պատմությամբ համակարգերի զարգացումը:

Հետազոտման օբյեկտը. Ատենախոսության հետազոտման օբյեկտ են հանդիսանում ոչ դասական տրամաբանությունները, Յոհանսոնի մինիմալ տրամաբանության համակարգերը, մեքենայական ուսուցման մեթոդների կիրառությունը արտածման կանոնի ընտրության խնդրում, ինչպես նաև մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածը:

Հետազոտման մեթոդները. Ատենախոսությունում օգտագործվել են ֆորմալ համակարգերի և ավտոմատացված արտածման համակարգերի տեսության մեթոդները: Օգտագործվել են նաև որոշ մեքենայական ուսուցման մեթոդներ, մասնավորապես՝ ավտոէնկոդերներ և ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցեր:

Գիտական նորությունը. Ատենախոսության շրջանակներում կատարված հետազոտության արդյունքում կառուցվել են նոր ֆորմալ համակարգեր մինիմալ տրամաբանության համար: Տրվել են մեթոդներ ցիկլերի և արտածման կանոնի ընտրության խնդիրների լուծման համար: Ապացուցվել է այդ համակարգերի համարժեքությունը հիլբերտյան տիպի մինիմալ տրամաբանության համակարգերի հետ: Մոդալ տրամաբանության համար անջատվել են հիլբերտյան տիպի մինիմալ հատվածներ, ինչպես նաև կառուցվել են մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածը պարունակող սեկվենսային ֆորմալ համակարգեր և ապացուցվել է նրանց համարժեքությունը հիլբերտյան տիպի մինիմալ մոդալ համակարգերի հետ:

Կիրառական նշանակությունը. Ատենախոսության մեջ ստացված արդյունքները ունեն տեսական բնույթ և միևնույն ժամանակ ունեն հստակ արտահայտված կիրառական ուղղվածություն: Մինիմալ տրամաբանությունը, լինելով ինտուիցիոնիստական տրամաբանության մաս, մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում որպես կոնստրուկտիվ տրամաբանություն: Աշխատանքի արդյունքները վերաբերում են երկարժեք և մոդալ տրամաբանությունների մինիմալ հատվածներին, որոնց համար կառուցված ավտոմատացված արտածման ալգորիթմները ունեն բազում կիրառություններ այնպիսի խնդիրներում, ինչպիսիք են փորձագիտական համակարգերը, ծրագրային ապահովման ստուգման և սինթեզման խնդիրները և մի շարք այլ ոլորտներում:

Պաշտպանությանը ներկայացվում են հետևյալ դրույթները.

1. Երկարժեք մինիմալ տրամաբանության համար սեկվենսային տիպի նոր համակարգերի կառուցումը, նրանց ընդլայնումը ցիկլերի հայտնաբերման մեխանիզմներով, և այդ համակարգերի համարժեքությունը մինիմալ տրամաբանության արդեն իսկ հայտնի համակարգերի հետ:

2. Վերը նշված համակարգերում առկա արտածման կանոնի ընտրության խնդրի լուծման մոտեցում մեքենայական ուսուցման մեթոդների կիրառությամբ, և այդ մեթոդներով հագեցված ավտոմատացված ալգորիթմների համեմատություններ այլ ավտոմատացված արտածման ալգորիթմների հետ:
3. Մոդալ տրամաբանության հիլբերտյան տիպի մինիմալ հատվածների անջատումը, մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածը պարունակող սեկվենսային ֆորմալ համակարգերի կառուցումը, նրանցում ցիկլերի հայտնաբերման մեխանիզմների ներդրմամբ համակարգերի կառուցումը և այդ համակարգերի համարժեքությունը հիլբերտյան տիպի մինիմալ մոդալ համակարգերի հետ:

Ստացված արդյունքների պարոբացիան. Ատենախոսության արդյունքները զեկուցվել են մի շարք գիտական կոնֆերանսներում, ինչպիսիք են 2017թ.-ին Ստոկհոլմի համալսարանում անցկացված Logic Colloquium-ը, 2017թ.-ին կայացած ԵՊՀ ՈՒԳԸ 4-րդ միջազգային գիտաժողովը, 2018թ.-ին Գենտում տեղի ունեցած Proof Society ամառային դպրոցը, 2019թ.-ին կայացած Հայ-ռուսական համալսարանի 14-րդ ամենամյա կոնֆերանսը, 2020թ.-ին կայացած CODASSCA գիտաժողովը, 2020թ.-ին Բռնոյում անցկացված Tribute to Kurt Godel գիտաժողովը, ինչպես նաև 2021թ.-ին ԵՊՀ ԻԿՄ ֆակուլտետի ընդհանուր գիտական սեմինարը:

Հրապարակումները. Ատենախոսության հիմնական արդյունքները տպագրված են յոթ գիտական աշխատանքներում, որոնց ցանկը բերվում է սույն սեղմագրի վերջնամասում:

Ատենախոսության կառուցվածքը և ծավալը. Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, չորս գլխից, ամփոփումից, գրականության ցանկից, որը ներառում է 54 աշխատանք, ինչպես նաև երկու հավելվածներից: Ատենախոսության ծավալը 94 էջ է:

Ատենախոսության համառոտ բովանդակություն

1-ին գլխում, հետևելով Կլինիին[1], սահմանվում են գաղափարներ և նկարագրվում են երկարժեք տրամաբանության հանրահայտ համակարգեր, որոնք օգտագործված են հետագա հետազոտություններում: Մասնավորապես, **պարագրաֆ**

---

[1] S. C. Kleene. Introduction to Metamathematics. North Holland, 1980.

1.1-ում տրվում են սեկվենսի, նրա անտեցեդենտային և սուկցեդենտային մասերի սահմանումները, սեկվենսի արտածելիության, արտածման ծառի գաղափարները, ինչպես նաև սեկվենսային համակարգերի համարժեքության սահմանումները:

Պարագրաֆ 1.2-ում տրվում է $G1$ ֆորմալ համակարգի նկարագրությունը, ոչ միայն դասական տրամաբանության շրջանակներում, այլ նաև տրված են սահմանափակումներ, որոնց դեպքում ստացվում են համապատասխանաբար ինտուիցիոնիստական և մինիմալ հատվածները (GM): Քննարկվում է նաև $G1$ համակարգում առկա հատույթի կանոնը և նրանով պայմանավորված խնդիրները: Դիտարկվում է $G2$ ֆորմալ համակարգը, որը ստացվում է $G1$ ֆորմալ համակարգից հատույթի կանոնը փոխարինելով խառնակման կանոնի, ինչպես նաև $\supset\rightarrow$ կանոնը նոր $\supset\rightarrow_2$ կանոնով փոխարինելով:

Պարագրաֆ 1.3-ում տրվում է հատույթից ազատ $G3$ ֆորմալ համակարգը և խոսվում է այն մասին, որ $G3$ համակարգում արտածելի յուրաքանչյուր սեկվենս արտածելի է նաև $G1$ և $G2$ համակարգերում առանց համապատասխանաբար խառնակման կամ հատույթի կանոնը օգտագործելու:

$G3$ համակարգում անտեցեդենտային ժխտման կանոնի վրա դրված որոշակի սահմանափակումով ցույց է տրվում անցումը ինտուիցիոնիստական և մինիմալ տրամաբանություններին: GM^{-}-ով նշանակված է $G3$ համակարգի մինիմալ հատվածը[2]:

Պարագրաֆ 1.4-ում դիտարկվում են հենցենյան համակարգերում առկա այն խնդիրները, որոնք հետագայում հանդիսանալու են ուսումնասիրությունների գլխավոր առարկան, և որոնց լուծման համար առաջարկվելու են նոր ընդլայնված ֆորմալ համակարգեր և մեթոդներ: Այդ խնդիրներն են.

- Ցիկլերի առկայությունը,
- Որոշ արտածումների մեկը մյուսից տեղափոխության միջոցով ստանալու փաստը,
- Արտածման կանոնի ընտրություն կատարելու խնդիրը:

---

[2] H. R. Bolibekyan, A. A. Chubaryan. On some proof systems for I.Johansson's minimal logic of predicates. Proceedings of the Logic Colloquium, p. 56, 2003.

2-րդ և 3-րդ գլուխներում տրվում են վերը նշված խնդիրների լուծման մոտեցումներ: **2.1 պարագրաֆում** ներմուծվում է GM_P մինիմալ տրամաբանության համակարգը, որը խուսափում է հենցենյան համակարգի երկրորդ խնդրից. ամեն մի բանաձև այս համակարգում ունի միակ արտածում: Բացի այդ, այլևս չկա կիրառման կանոնի ընտրության խնդիրը (բացառությամբ վերադարձի բանաձևի ընտրության խնդրի): Սակայն, այս ամենի հետ մեկտեղ GM_P համակարգում լուծված չէ ցիկլերի առկայության խնդիրը:

Ապացուցված է հետևյալ թեորեմը.

Թեորեմ 2.1.1: *GM_P և GM^- համակարգերը համարժեք են:*

Ինչպես արդեն նշվեց, GM_P համակարգում լուծված չէ ցիկլերի առկայության խնդիրը:

2.3 և 2.4 պարագրաֆներում ներմուծվում են մինիմալ տրամաբանության համար պատմությամբ համակարգերի երկու տեսակներ, որոնց միջոցով փորձ է արվում էֆֆեկտիվ եղանակով ավտոմատացնել ցիկլ գտնելու և հեռացնելու գործընթացը: Երկու եղանակն էլ հիմնված են սեկվենսին **հիշողություն** ավելացնելու տրամաբանության վրա: Օգտվելով GM_P համակարգի առանձնահատկություններից, պատմությամբ համակարգերի երկու տեսակներում էլ կրճատվում է պահպանվող հիշողությունը:

2.3 պարագրաֆում ներմուծվում է «շվեյցարական» հիշողությամբ համակարգը, որտեղ առաջարկվում է հիշողության մեջ պահել հնարավորինս քիչ բանաձևեր: **2.4 պարագրաֆում** առաջարկվում է «շոտլանդական» հիշողությամբ համակարգը, որտեղ առաջարկվում է հիշողության մեջ պահել ավելի շատ բանաձևեր, բայց ցիկլը գտնել ավելի արագ: Որոշ դեպքերում «շոտլանդական» հիշողությամբ համակարգերը կարող են լինել ավելի արդյունավետ քան «շվեյցարական» հիշողությամբ համակարգերը[3]:

2.3 պարագրաֆում նաև ապացուցվում է «շվեյցարական» հիշողությամբ $SwMin$ և GM_p համակարգերի համարժեքությունը, այսինքն այն փաստը, որ նրանցում արտածվում են նույն սեկվենսները: Սկզբում ցույց է տրվում, որ $SwMin$ համակարգը

[3] J. M. Howe. Two Loop Detection Mechanisms: a Comparison. Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods. LNCS, vol.1227, pp. 188-200, 1997.

(առանց (c) կանոնի վրա $*$ սահմանափակման) համարժեք է GM_p համակարգին, այնուհետև այն, որ սահմանափակման ավելացման դեպքում համարժեքությունը չի խախտվում:

Նախ տրվում են արտածման ծառում սեկվենսի բարձրության, արտածման խորության և բանաձևի բարդության սահմանումները, որոնք օգտագործվում են ինդուկտիվ ապացույցների ժամանակ:

«Շվեյցարական» ոճի հիշողությամբ $SwMin$ և GM_p համակարգերի համարժեքությունը ապացուցվում է հետևյալ թեորեմների և լեմմայի միջոցով.

Թեորեմ 2.3.1: *S սեկվենսը արփածելի է GM_P համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ $S;\varepsilon$ (սեկվենսը դատարկ հիշողությամբ) արփածելի է $SwMin$ համակարգում (առանց $*$ սահմանափակման):*

Լեմմա 2.3.2: *GM_P համակարգը (c) կանոնի $*$ սահմանափակմամբ համարժեք է GM_P համակարգին (առանց լրացուցիչ սահմանափակման):*

Թեորեմ 2.3.2: *$SwMin$ համակարգը (c) կանոնի $*$ սահմանափակմամբ համարժեք է $SwMin$ համակարգին առանց այդ սահմանափակման:*

2.4 պարագրաֆում ներմուծվում է «շոտլանդական» ոճի $ScMin$ համակարգը, որը պարունակում է ավելի մեծ հիշողություն և հնարավորություն է տալիս ավելի հաճախ ստուգել ցիկլի առկայությունը և որոշ դեպքերում ունի բացահայտ առավելություններ:

Այս երկու համակարգերի գլխավոր տարբերությունը այն է, որ «շվեյցարական»-ի դեպքում ցիկլը ստուգվում է, երբ բանաձևը դադարում է լինել նպատակային, մինչ դեռ «շոտլանդական»-ի դեպքում դա արվում է, երբ բանաձևը դառնում է նպատակային:

«Շոտլանդական» ոճի $ScMin$ համակարգում ևս գործում են նույն թեորեմները, ինչ «շվեյցարական» ոճի պատմությամբ համակարգերում:

Թեորեմ 2.4.1: *$\Gamma \Rightarrow A$ սեկվենսը արփածելի է GM_P համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ $\Gamma \Rightarrow A;\{A\}$ (սեկվենսը իր փրիվիալ հիշողությամբ) արփածելի է $ScMin$ համակարգում (առանց $*$ սահմանափակման):*

Թեորեմ 2.4.2: *$ScMin$ համակարգը (c) կանոնի $*$ սահմանափակմամբ համարժեք է $ScMin$ համակարգին առանց այդ սահմանափակման:*

2.5 պարագրաֆում անցկացվում են համեմատականներ «շվեյցարական» և «շոտլանդական» ոճերի պատմությամբ համակարգերի միջև և ցույց է տրվում, որ որոշ դեպքերում «շոտլանդական» ոճի պատմության համակարգի միջոցով ցիկլը հայտնաբերվում է ծառի ավելի ցածր կետում, քան «շվեյցարական» ոճի համակարգում: Այդ արդյունքը կարևոր է ոչ միայն տեսական առումով, այլ նաև պրակտիկ, որովհետև դրա շնորհիվ կարող ենք կանխել տեխնիկապես «թանկ» հաշվարկներ:

Ինչպես արդեն իսկ նշվել է, հենցենյան տիպի համակարգերում կան 3 հիմնական խնդիրներ: Կառուցելով GM_P համակարգը և հետագայում նաև $SwMin$ և $ScMin$ համակարգերը, որոշ չափով լուծվեց այդ խնդիրներից երկուսը՝ ցիկլերի առաջացումը և էապես իրարից չտարբերվող արտածումների առկայությունը: Սակայն պատմությամբ հագեցված համակարգերում (c) կանոնը ինչ-որ առումով խնդրահարույց է, քանի որ կոնտեքստում մի քանի բանաձևերի առկայության դեպքում առաջանում է վերադարձի բանաձևի ընտրության խնդիր: $SwMin$ համակարգի վրա ձևավորված $SwProv$ ավտոմատացված արտածման համակարգը այդ դեպքում ընդլայնում է արտածման ծառը լայնակի և սկսում է բոլոր ճյուղերով շարժվել, որի պատճառով կատարվում են մի շարք անարդյունավետ արտածումներ: Ցանկալի է, գտնվելով արտածման ծառի տվյալ կետում և ունենալով կանոնի ընտրության խնդիր, որոշել, թե որ բանաձևը ընտրելով որպես վերադարձի բանաձև և որ ճյուղով շարժվելով ի վերջո կհասնենք այդ բանաձևի արտածմանը: Այդ նպատակով **գլուխ 3-ում** օգտագործվում են նեյրոնային ցանցեր, որոնք որպես մուտք ընդունում են արտածման ծառի տվյալ հատվածը և պատասխանում այն հարցին, թե որ բանաձևը կոնտեքստից պետք է ընտրվի որպես վերադարձի բանաձև ավելի արագ արտածում ստանալու համար:

Գլուխ 3.1-ում հակիրճ նկարագրված են մեքենայական ուսուցման որոշ գաղափարներ, որոնք կիրառվել են կանոնի ընտրության խնդիրը լուծելու համար:

3.2 գլխում նախ դիտարկվում են ավտոմատացված արտածման ալգորիթմներում մեքենայական ուսուցման կիրառության որոշ մոտեցումներ, ապա մեքենայական ուսուցման որոշ տեխնիկաների կիրառումը առաջին կարգի տրամաբանության մեջ՝ կանոնի ընտրության խնդիրը լուծելու համար:

Ուսուցումը կատարելու նպատակով կատարվել է տվյալների բազայի հավաքագրում՝ մինիմալ տրամաբանության բանաձևերի տեսքով: Այդ բանաձևերից յուրաքանչյուրի համար $SwMin$ համակարգի հիման վրա կառուցված $SwProv$ ավտոմատացված արտածման համակարգում կառուցվել են արտածման ծառեր, և այդ ծառերի այն կետերը, որոնք պարունակում են կանոնի ընտրության խնդիր, պահվել են որպես ուսուցման տվյալներ:

Սեկվենսների համար ֆիքսված երկարությամբ վեկտորներ ստանալու համար կիրառվել են ավտոէնկոդերներ[4]: Երկու փոքր-ինչ տարբեր մոտեցումներ են դիտարկվել:

Ունենալով համապատասխան տվյալների բազա և ավտոէնկոդերի միջոցով ստանալով բանաձևերի հաջորդականության ֆիքսված երկարությամբ ներկայացում՝ կատարվում է վերջնական ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցի ուսուցումը:

Փորձարկվել են 2 տիպի ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցեր[5,6], որոնք իրարից տարբերվում են միայն ռեկուրենտ շերտում ընտրված բջիջով:

Բազմաթիվ փորձերը և գնահատականները վկայում են, որ կոնտրակտիվ ավտոէնկոդերով[7] հագեցված $LSTM$ ցանցը լավագույնն է 75% ճշգրտությամբ:

$SwProv$ համակարգին ավելացնելով վերը բնութագրված նեյրոնային ցանցը, կառուցվում է $SwNNProv$ ավտոմատացված արտածման համակարգը (ինչպես նաև $ScNNProv$ ավտոմատացված արտածման համակարգը $ScProv$ համակարգի համար), որը վերադարձի բանաձևի ընտրությունը կատարում է ելնելով նեյրոնային ցանցի կանխատեսած արդյունքից: Օգտագործելով ցանցի 75% ճիշտ կանխատեսումները այս համակարգերում կրճատվում է արտածման համար պահանջվող ժամանակը:

---

4 P. Baldi. Autoencoders, “Unsupervised Learning and Deep Architectures”. Journal of Machine Learning Research, 2012.

5 M. Sundermeyer, R. Schluter, H. Ney. LSTM neural networks for language modeling. INTERSPEECH, pp. 194–197, 2012.

6 K. Cho, B. van Merrienboer, D. Bahdanau, Y. Bengio. On the Properties of Neural Machine Translation: Encoder–Decoder Approaches. Association for Computational Linguistics, pp. 103-111, 2014.

7 S. Rifai, P. Vincent, X. Muller, X. Glorot, Y. Bengio. Contractive AutoEncoders: Explicit Invariance During Feature Extraction. ICML’11: Proceedings of the 28th International Conference on International Conference on Machine Learning, pp. 833–840, 2011.

Այսպիսով, նեյրոնային ցանցերը օգտագործվում են ավտոմատացված արտածման համակարգերում, և դրանց նպատակն է կանխատեսել այն բանաձևը, որը ընտրելով որպես վերադարձի բանաձև, արտածումը կշարունակվի ճիշտ ճյուղով: Ակնհայտ է, որ այս ամենի գլխավոր նպատակը ավտոմատացված արտածման համակարգում բանաձևի արտածման ժամանակի կրճատումն է:

Մյուս կողմից նեյրոնային ցանցերի (մասնավորապես ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցերի) կանխատեսումը բավականին ծանր հաշվարկների հետ է կապված, ինչը նաև բերում է ժամանակային մեծ կորուստների: **Գլուխ 3.3-ում** դիտարկվում են որոշ օպտիմիզացիաներ, որոնք կիրառելով ցանցի նկատմամբ կստացվեն ավելի արագագործ մոդելներ, ինչպես նաև ներկայացվում է $SwProv/ScProv$ և $SwNNProv/ScNNProv$ ավտոմատացված արտածման համակարգերի միջև համեմատություններ: Այդ համեմատությունները փաստում են, որ փոքր արտածման ծառ ունեցող բանաձևերի դեպքում $SwProv/ScProv$ համակարգերում արտածումները ավելի արագ են: Դրա պատճառն այն է, որ նեյրոնային ցանցի կանխատեսման համար պահանջվող ժամանակը գերազանցում է ծառի բոլոր ճյուղերով շրջանցման համար պահանջվող ժամանակը: Այնինչ, մեծ արտածման ծառեր պահանջող սեկվենսների դեպքում առավել արդյունավետ է օգտագործելով նեյրոնային ցանցերը կրճատել արտածման ծառի չափը:

Հատկանշական է նաև, որ կան բանաձևեր, որոնք $SwProv/ScProv$ համակարգերում չեն արտածվում մեքենայական ռեսուրսների սահմանափակման պատճառով, այնինչ $SwNNProv/ScNNProv$ համակարգերի համար այդ խնդիրը մեծամասամբ լուծված է:

Գլուխ 4-ում դիտարվում են որոշ մոդալ տրամաբանություններ և նրանց համար կառուցվում են հատույթից ազատ, ինչպես նաև պատմության մեխանիզմներով համակարգեր: **Գլուխ 4.1-ում** դիտարկվում են $S4$ և $S5$ մոդալ համակարգերը և տրվում են որոշ սահմանումներ: Նաև կատարվում է ոչ դասական (ինտուիցիոնիստական և մինիմալ) մոդալ տրամաբանությունների վերաբերյալ կատարված աշխատանքների վերլուծություն: Այն ցույց է տալիս, որ ոչ դասական մոդալ տրամաբանությունների վերաբերյալ կատարված են մեծաքանակ հետազոտություններ, բայց այնուհանդերձ աշխատանքներից որոշները դարձել այլ հեղինակների քննադատությունների առարկա, պայմանավորված աքսիոմների ընտրությամբ:

Գլուխ 4.2-ում կառուցվում են համակարգեր S5 մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածի համար՝ ավելացնելով մոդալության կանոններ: Դիտարկվող համակարգերից մեկը հիմնված է ավելի վաղ դիտարկված GM մինիմալ տրամաբանության սեկվենսային համակարգի վրա: GM-ին ավելացվում են երկու տեսակի տրամաբանական մոդալ սիմվոլներ՝ $\Box$ (անհրաժեշտ է) և $\Diamond$ (հնարավոր է): Արդյունքում կառուցվում է GM համակարգի վրա հիմնված մոդալ տրամաբանության սեկվենսային համակարգ, որը նշանակված է $S5^{*}_{Min}$-ով: Անջատվում է նաև S5 մոդալ տրամաբանության հիլբերտյան ոճի մինիմալ հատված, որը նշանակված է $S5_{Min}$-ով:

Նշենք, որ $S5^{*}_{Min}$ համակարգում $\Box$ և $\Diamond$ կանոնները սիմետրիկ են: Քանի որ $\Diamond A = \neg\Box\neg A$, կարելի է հեշտությամբ ցույց տալ, որ $\Box$ նախածանցով կանոնները հետևում են համապատասխան $\Diamond$ նախածանցով կանոններից և հակառակը:

Տրվում են $S5$ մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածի $S5_{Min}$ և $S5^{*}_{Min}$ համակարգերը և ցույց է տրվում դրանց համարժեքությունը: Համարժեքության ապացույցը կատարվում է երկու մասով: Առաջին մասում ցույց է տրվում, որ $S5_{Min}$ համակարգի աքսիոմները և կանոնները կարող են ուղղակիորեն բխել $S5^{*}_{Min}$ համակարգի աքսիոմներից և կանոններից, իսկ երկրորդ մասում հակառակը՝ այսինքն $S5^{*}_{Min}$ համակարգի աքսիոմները և կանոնները կարող են բխել $S5_{Min}$ համակարգի աքսիոմներից և կանոններից:

Թեորեմ 4.2.1: *Բանաձևը արտածվում է $S5_{Min}$ համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ այն արտածվում է $S5^{*}_{Min}$ համակարգում:*

Ինչպես տեսանք, $S5^{*}_{Min}$ համակարգը ստացվեց GM համակարգից նրան ավելացնելով մոդալ կանոններ: Ինչպես Օհնիշին և Մացումոտոն[8] ցույց են տվել, հատույթի կանոնը կարելի է հեռացնել $S4$ տիպի սեկվենսային համակարգերից, սակայն $S5$ տիպի սեկվենսային համակարգերը հատույթից ազատ չեն: Երբ $S5$ տիպի համակարգից հեռացվում է հատույթի կանոնը, դա հանգեցնում է «ավելի թույլ» համակարգի: Այդ պատճառով **գլուխ 4.3-ում** կառուցվում է առանց հատույթի $S4^{*}_{Min}$ մինիմալ տրամաբանության մոդալ սեկվենսային համակարգ: Ապա այդ

[8] M. Ohnishi, K. Matsumoto. Gentzen Method in Modal Calculi. Osaka Math. J, vol. 9, pp. 113-130, 1957.

համակարգին ավելացվում են պատմության երկու տեսակի մեխանիզմներ՝ ցիկլերի հայտնաբերմամբ նոր համակարգեր զարգացնելու նպատակով:

Նախ դիտարկվում է $S4$ տիպի $S4_{Min}$ մինիմալ մոդալ տրամաբանությունը, որը ստացվում է H հիլբերտյան տիպի մինիմալ տրամաբանությունից՝ նրան ավելացնելով մոդալ աքսիոմները և անհրաժեշտության կանոնը:

Ապա ներմուծվում է $S4^*_{Min}$ սեկվենսային համակարգը, որը ստացվում է GM^--ին ավելացնելով համապատասխան մոդալ կանոններ: Ապացուցվում է հետևյալ թեորեմը.

Թեորեմ 4.3.1: *$\rightarrow a$ սեկվենսը արտածվում է $S4^*_{Min}$ համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ այն արտածվում է նաև $S4_{Min}$ համակարգում:*

Պատմության մեխանիզմներով $S4$ մինիմալ մոդալ տրամաբանության սեկվենսային համակարգեր մշակելու համար դիտարկվում է GM_{S4} համակարգը, որը համարվում է GM_P մինիմալ ասութային հատվածի ընդլայնում: Ցույց է տրվում կառուցված GM_{S4} համակարգի և $S4^*_{Min}$ համակարգի համարժեքությունը ($S4^*_{Min}$ համակարգում սեկվենսը նշանակվում է $\rightarrow S$-ով, իսկ GM_{S4} համակարգում՝ $\Rightarrow S$-ով (առանց վերադարձի բանաձևի), օգտագործելով →-ը որպես սեկվենսի նշանակում վերադարձի բանաձևի առկայության պարագայում).

Թեորեմ 4.3.2: *$\rightarrow S$ սեկվենսը արտածվում է $S4^*_{Min}$ համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ $\Rightarrow S$ սեկվենսը արտածվում է GM_{S4} համակարգում:*

Այնուհետև, ինչպես ոչ մոդալ մինիմալ տրամաբանության համակարգերի դեպքում, այնպես էլ այստեղ, մոդալ տրամաբանության համակարգերը հագեցվում են ցիկլերը հայտնաբերելու մեխանիզմներով: $SwMin$ համակարգին ավելացնելով համապատասխան մոդալ կանոնները ստացվում է $SwMin_{S4}$ պատմության մեխանիզմով համակարգը:

Ապացուցվում են հետևյալ թեորեմները և լեմման.

Թեորեմ 4.3.3: *$\Gamma \Rightarrow S$ սեկվենսը արտածվում է GM_{S4} համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ $\Gamma \Rightarrow S; \epsilon$ սեկվենսը արտածվում է $SwMin_{S4}$ համակարգում (առանց * սահմանափակման):*

Լեմմա 4.3.1: *(c) կանոնի * սահմանափակմամբ GM_{S4} համակարգը համարժեք է GM_{S4} համակարգին առանց (c) կանոնի * սահմանափակման:*

Թեորեմ 4.3.4: *(c) կանոնի * սահմանափակմամբ* $SwMin_{S4}$ *համակարգը համարժեք է* $SwMin_{S4}$ *համակարգին առանց (c) կանոնի * սահմանափակման:*

Նույն կերպ կառուցվում է $ScMin_{S4}$ «շոտլանդական» ոճի պատմության մեխանիզմով համակարգը՝ $ScMin$ համակարգին ավելացնելով համապատասխան մոդալ կանոնները, և ցույց է տրվում նրա համարժեքությունը GM_{S4} համակարգի հետ:

Թեորեմ 4.3.5: $\Gamma \Rightarrow S$ *սեկվենսը արտածվում է* GM_{S4} *համակարգում այն և միայն այն դեպքում, երբ* $\Gamma \Rightarrow S; \{S\}$ *սեկվենսը արտածվում է* $ScMin_{S4}$ *համակարգում:*

Հիմնական արդյունքները և հետևությունները

Ատենախոսությունում ստացված են հետևյալ հիմնական արդյունքները.

1. Կառուցված է երկարժեք մինիմալ տրամաբանության համար նոր սեկվենսային տիպի համակարգ, ինչպես նաև այն ընդլայնված է ցիկլերի հայտնաբերման մեխանիզմներով և ապացուցված է այդ համակարգերի համարժեքությունը մինիմալ տրամաբանության արդեն իսկ հայտնի համակարգերի հետ:
2. Կառուցված են ավտոմատացված արտածման ալգորիթմներ, հիմնված նոր ֆորմալ համակարգերի վրա: Նրանցից երկուսը հագեցված են կանոնի ընտրության խնդրի լուծման համար մեքենայական ուսուցման մեթոդներով և տրված են այդ մեթոդներով հագեցված ավտոմատացված արտածման ալգորիթմների համեմատությունները առանց մեքենայական ուսուցման ավտոմատացված ալգորիթմների հետ: Հիմնավորված է մեքենայական ուսուցման մեթոդների կիրառության արդյունավետությունը մեքենայական արտածման ընթացքում կանոնի ընտրության խնդրի լուծման համար:
3. Կառուցված են մոդալ տրամաբանության հիլբերտյան տիպի մինիմալ հատվածներ, ինչպես նաև մոդալ տրամաբանության մինիմալ հատվածը պարունակող սեկվենսային ֆորմալ համակարգեր (նաև ցիկլերի հայտնաբերման մեխանիզմներով): Ապացուցված է այդ համակարգերի համարժեքությունը այլ մինիմալ մոդալ տրամաբանությունների հետ:

Թեզի շրջանակներում տպագրված աշխատությունները՝

1. A. Baghdasaryan, H. Bolibekyan. On some systems of minimal predicate logic with history mechanism. ASL, ESM, Logic Colloquium 2017, Stockholm, Volume of Abstracts, p.80, The Bulletin of Symbolic Logic, vol. 24, no 2, pp. 232-233, 2018.
2. H.R. Bolibekyan, A.R. Baghdasaryan. On some systems of propositional minimal logic with loop detection. Reports of NAS RA, vol. 119, n. 2, pp. 110-115, 2019.
3. A. Baghdasaryan. Theorem Proving for Minimal Logic using Machine Learning Techniques. Polynomial Computer Algebra, pp. 22-24, 2019.
4. A. Baghdasaryan, H. Bolibekyan. On Machine Learning Powered Theorem Prover for Propositional Fragment of Minimal Logic. Collaborative Technologies and Data Science in Artificial Intelligence Applications, Logos Verlag Berlin, pp. 135-142, 2020.
5. A. Baghdasaryan, H. Bolibekyan. On Recurrent Neural Network Based Theorem Prover For First Order Minimal Logic. JUCS - Journal of Universal Computer Science, vol. 27(11), pp. 1193-1202, 2021.
6. H.R. Bolibekyan, A.R. Baghdasaryan, On the Minimal Fragment of S5 Modal Logic. Reports of NAS RA, vol. 121, n. 1, pp. 7-12, 2021.
7. A. Baghdasaryan. On Some Systems of Minimal Modal Logic with History Mechanism. Sciences of Europe, Physics and Mathematics, vol 79 (1), pp. 35-37, 2021.

Formal Systems of Non-Classical Logic and Automated Theorem Proving Using Machine Learning Methods

Abstract

The study of systems of non-classical logic is of great scientific interest. In particular, formal systems of constructive logic are of interest not only from a scientific but also from a practical point of view. The aim of the thesis is to develop a number of formal systems of non-classical logic, to study the relationships between different systems, to consider the applicability of these systems in automated theorem proving problems, as well as to study the application of machine learning methods to automated theorem provers. To date, the constructive parts of a number of logic systems have not been identified. On the other hand, the construction of a constructive system does not guarantee its applicability in automated theorem proving. For non-classical logics, the development of formal systems applicable from the point of view of automated deduction is a new and practical problem.

Main results of this thesis are the following:

1. A new sequential system for **two-valued** minimal logic has been built, it is enhanced by loop detection mechanisms; the equivalence of these systems with the already known systems of minimal logic is proved.
2. Automated theorem proving systems based on new formal systems are built. One of them is powered by machine learning methods to solve the problem of rule selection. Comparisons of automated theorem proving systems powered by these methods with automated systems without machine learning methods are given. The effectiveness of the application of machine learning methods in solving the rule selection problem during automated theorem proving is substantiated.
3. A minimal sequence segment of **modal** logic is constructed, as well as systems with history mechanism for minimal modal logics. The equivalence of these systems with other minimal modal logics is proved.

Формальные системы неклассических логик и автоматическое доказательство теорем с использованием методов машинного обучения

Резюме

Исследование неклассических логических систем представляет научный интерес. В частности, конструктивные формальные системы представляют интерес не только с научной точки зрения, а также своим прикладным применением. Целью диссертационной работы является разработка ряда систем для неклассических логик, исследование взаимосвязей между различными системами, применимость данных систем для автоматизации логического вывода а также исследование применения методов машинного обучения к автоматическому поиску логического вывода. Для ряда логических систем их конструктивные фрагменты не выявлены. С другой стороны, построение конструктивной системы не гарантирует ее применимость при автоматическом поиске логического вывода. Разработка формальных систем для неклассических логик, приемлемых с точки зрения автоматизации вывода, является новой и актуальной проблемой.

Основные результаты диссертации следующие:

1. Построены новые секвенциальные системы для **двузначной** минимальной логики первого порядка, дополненные механизмами обнаружения циклов: ограничениями на ряд правил выводов и введением новых правил. Доказана эквивалентность этих систем с известными ранее системами минимальной логики.
2. Построены автоматические системы доказательства теорем на основе новых формальных систем. Проведен сравнительный анализ построенных систем с использованием методов машинного обучение с системами без использования последних. Обоснована эффективность применения методов машинного обучения при решении задачи выбора правила вывода при автоматическом доказательстве теорем.

3. Построены секвенциальные системы минимальной **модальной** логики. На основе построенных систем разработаны системы, дополненные механизмами обнаружения циклов для минимальных модальных логик. Доказана эквивалентность построенных систем.