ՀՀ ԳԱԱ ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Վիլյամ Հակոբի Հովնանյան

Համակարգչային ցանցերում ինֆորմացիայի տարածման օպտիմալ կառուցվածքների նախագծման մեթոդների և ալգորիթմների մշակում

Ե13.05 – «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան – 2018

INSTITUTE FOR INFORMATICS AND AUTOMATION PROBLEMS OF NAS RA

Vilyam Hovnanyan

The Development of the Methods and Algorithms for the Design of Optimal Schemes in Computer Networks

ABSTRACT

For obtaining a candidate degree in technical sciences in specialty 05.13.05 “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”

Yerevan – 2018

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝	ֆիզ.մաթ.գիտ. թեկնածու Վ. Ս. Պողոսյան
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝	Ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Լ.Հ.Ասլանյան Ֆիզ.մաթ.գիտ.թեկնածու Ի.Ա.Կարապետյան
Առաջատար կազմակերպություն՝	Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2018թ. հունիսի 19-ին, ժ. 12:00-ին ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում գործող 037 «Ինֆորմատիկա» մասնագիտական խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝
Երևան, 0014, Պ. Սևակի 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ գրադարանում:
Սեղմագիրը առաքված է 2018թ. մայիսի 19-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Հ. Գ. Սարուխանյան

The subject of the dissertation has been approved in Institute for Informatics and Automation Problems of NAS RA

Scientific adviser:	Dr. of Phys. and Math. Sci. V.S. Poghosyan
Official opponents:	Dr. of Phys. and Math. Sci. L.H. Aslanyan Dr. of Phys. and Math. Sci. I.A. Karapetyan
Leading organization:	State Engineering University of Armenia

The defense will take place on 19th of June 2018, at 12:00 in the Institute for Informatics and Automation Problems of NAS RA, during the session of the specialized council 037 “Informatics” (1 P. Sevak str. 0014, Yerevan).

The thesis is available at the library of IIAP of NAS RA.
The abstract was sent on 19th of May 2018.

Scientific secretary of the specialized council
Dr. of Phys. and Math. Sci. H. G. Sarukhanyan

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի արդիականությունը

Վերջին տասնամյակում միջին ու մեծ չափերի հասնող ցանցային հաշվողական համակարգերի (կլաստերային համակարգեր, գրիդ) կիրառությունը լայն տարածում է ստացել գիտության, տնտեսության տարբեր ճյուղերի առջև դրված խնդիրների լուծման տեսանկյունից:

Արդի սերնդի տարաբնույթ հաշվողական ցանցերում, ինչպիսիք են, մասնավորապես՝ սենսորային, ad-hoc, ինչպես նաև բազմահամակարգչային կամ բազմապրոցեսորային ցանցերում համակարգի հանգույցների միջև ինֆորմացիայի օպտիմալ և/կամ վթարակայուն փոխանակման ու տարածման ապահովումը կարևորագույն նշանակություն ունի: Ի տարբերություն հայտնի դասական հեռախոսային ցանցերի, այսպիսի ցանցերի հիմնական նպատակը ոչ միայն համակարգի տարբեր բաղադրիչների միջև արդյունավետ հաղորդակցության ապահովումն է, այլ նաև հաշվողական և ինֆորմացիայի տարածման ալգորիթմների իրականացման համար դրանց համապատասխանության ապահովման խնդիր է առաջանում: Օրինակ, սենսորային ցանցերի էֆֆեկտիվության և ֆունկցիոնալության ապահովման համար անհրաժեշտություն է առաջանում իրադարձությունների հայտնաբերման և արձանագրման ապակենտրոն օպտիմալ ալգորիթմների մշակման՝ հաշվի առնելով սենսորի դիտարկումները կամ անօդաչու թռչող սարքերը կարիք ունեն ապակենտրոն օպտիմալ վթարակայուն հաղորդակցության ալգորիթմների, որպեսզի կոորդինացնեն իրենց գործողությունները: Որպես կանոն, նման ցանցերը գործում են այնպիսի միջավայրում, որտեղ կան հաշվողական, հաղորդակցային կամ էներգետիկ ռեսուրսային որոշակի սահմանափակումներ, ինչպես նաև ցանցի տոպոլոգիան ինքնին ենթակա է փոփոխության՝ ժամանակից կախված: Հաշվի առնելով նման ցանցերի յուրահատկությունները, մասնավորապես նաև բավականին մեծ չափերը ու դրանց առջև դրված խնդիրները, կարևորություն է ձեռք բերում այդպիսի ցանցերում գործող ալգորիթմների պարզ, տարաբաշխված, կայուն՝ ցանցի դինամիկայի նկատմամբ, որևէ միակ խափանման կետից զուրկ և ապակենտրոն բնույթը ապահովելը:

Վերոնշյալ պահանջները հիմք հանդիսացան այսպես կոչված “gossip” ալգորիթմների մշակման համար. սխեմաներ, որոնցում հաշվողական հզորությունը տարաբաշխված է համակարգի տարբեր հանգույցների միջև, և որոնցից յուրաքանչյուրն ունի միայն տեղայնացված պատկերացում համակարգի մասին, ուստի հաղորդակցվում է միայն հանգույցների որոշակի ենթաբազմության հետ: Նման հաղորդակցային սխեմաները, որպես կանոն, օժտված են վթարակայունությամբ և ինֆորմացիայի օպտիմալ տարածման հատկություններով:

Բացի այդ, “gossip” արձանագրություններն օգտագործվում են բաշխված տվյալների հենքերի կայունության (consistency) ապահովման, դինամիկ հարափոփոխ ցանցերի հանգույցների քանակի որոշման, ցանցում ինֆորմացիայի անխափան տարածման ապահովման, բաշխված համակարգերում որոշ ագրեգացիոն հաշվարկների կատարման, գլխավոր հանգուցների ընտրության, և այլ նպատակներով:

Այս համատեքստում մեծ կարևորություն է ներկայացնում ինֆորմացիայի տարածման/փոխանակման ստոխաստիկ և քվազի-ստոխաստիկ պրոցեսների մոդելների հետազոտությունը:

Մյուս կողմից, ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման ցանցերի հիմնական բնութագրիչների օպտիմալ արժեքների վերաբերյալ հստակ պատկերացում ստանալու համար անհրաժեշտ է իրականացնել վերոնշյալ ցանցերում ինֆորմացիայի փոխանակման դետերմինացված պրոցեսների հետազոտություն: Ցանցերի հիմնական բնութագրիչներից են՝ ցանցում լրիվ ինֆորմացիայի փոխանակման համար անհրաժեշտ ժամանակը, կանչերի թիվը, կապուղիների թիվը, և այլն: Ինֆորմացիայի տարածման պրոցեսների հիմնական ատրիբուտների ու բնութագրիչների հետազոտությունը, ինչպես նաև համապատասխան ալգորիթմների մշակումը և թեորեմների ստացումը կնպաստեն նաև ստոխաստիկ պրոցեսներով նկարագրվող մոդելների հետազոտմանը:

Չնայած “gossip” խնդիրներին վերաբերող գիտական աշխատությունների մեծ թվին, այնուամենայնիվ, գոյություն ունի բաց խնդիրների դաս: Մասնավորապես, մինչ այժմ տրված չեն վթարակայուն “gossip” խնդիրներում մեծ կարևորություն ներկայացնող կանչերի մինիմալ քանակի և կանչերի մինիմալ ժամանակի վերաբերյալ հստակ գնահատականներ, ինչպես նաև բաց է մնացել NOHO տեսակի “gossip” սխեմաների համապատասխան բնութագրիչների հստակ գնահատականների ստացման խնդիրը: Վերոնշյալ խնդիրների ուսումնասիրությունը հիմք է հանդիսացել տարբեր տեսակի ցանցային տոպոլոգիաների դիտարկմանը, ինչի արդյունքում ստեղծվել է “gossip” ցանցային տոպոլոգիաների մոդիֆիկացման ընդհանուր մեթոդ, որը թույլ է տալիս ստանալ “gossip” սխեմաների ոչ իզոմորֆ համարժեք դասեր՝ հաշվի առնելով “gossip” սխեմաների կարևորագույն բնութագրիչները, ինչպիսիք են՝ կանչերի թիվը և տակտերի թիվը:

Հաշվի առնելով վերոնշյալ հանգամանքները, արդիական է դառնում ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման/տարածման օպտիմալ ալգորիթմների կամ սխեմաների մշակումը, որոնց հիմնական նպատակը կլինի այդ պրոցեսի իրականացումը նվազագույն հնարավոր կանչերի թվի, նվազագույն հնարավոր ժամանակի կամ նվազագույն հնարավոր կապուղիների թվի պարագայում:

Ատենախության նպատակը

Հետազոտել և մշակել ինֆորմացիայի տարածման օպտիմալ կառուցվածքների նախագծման մեթոդներ և ալգորիթմներ:

Նշված նպատակին հասնելու համար առաջադրվել և լուծվել են հետևյալ խնդիրները.

- մշակել մեթոդ, որի միջոցով հնարավոր կլինի ստանալ նոր տոպոլոգիաներ “gossip” պրոցեսի համար, որոնք իզոմորֆ չեն լինի հայտնի մոդելներին, սակայն համարժեք կլինեն “gossip” սխեմաների 2 կարևորագույն հատկությունների առումով, ինչպիսիք են կանչերի և տակտերի թիվը
- կառուցել հայտնի հաղորդակցային մոդելների տարբեր, ոչ իզոմորֆ մոդիֆիկացիաներ, որոնք կպահպանեն gossip սխեմաների կարևորագույն բնութագրիչների սկզբնական արժեքները և, միևնույն ժամանակ, կհանդիսանան

ավելի նպատակահարմար կիրառման համար՝ կախված առաջադրված կառուցվածքային պայմաններից

- մշակել առաջադրված վթարակայունության մակարդակին բավարարող gossip սխեմաներ, որոնք նվազագույն հայտնի կանչերի թվի և հաղորդակցության տակտերի քանակի պարագայում հնարավորություն կտան կատարել ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակում համակարգի հանգույցների միջև
- մշակել ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած "gossip" սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն ավելի օպտիմալ՝ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև էքսպերիմենտալ ձևով հաստատել դրանց լրիվ "gossip" սխեմաներ հանդիսանալը և պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը

Գիտական նորույթ և արդյունքները

- ստացվել է մինիմում gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ ցանցի գագաթների որոշակի ենթաբազմությունների համար
- տրվել է նոր ապացույց gossip սխեմաների նվազագույն անհրաժեշտ զանգերի թվի վերաբերյալ՝ օգտագործելով «լոկալ տեղափոխության» գործողությունը
- մշակվել են NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում մինիմալ հնարավոր ժամանակում
- մշակվել են նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա
- ապացուցվել է Knodel գրաֆի վրա կառուցված սխեմաների, որպես gossip տոպոլոգիա մնալու հատկությունը՝ նույնիսկ դրանց կողերի կշիռների ցիկլիկ տեղափոխության պարագայում
- առաջադրվել և փորձարարական եղանակով հաստատվել են հիպոթեզներ, առաջինը՝ վթարակայուն gossip սխեմաներում կանչերի մինիմալ հնարավոր քանակի վերին սահմանի գնահատականի վերաբերյալ, որը բարելավում է մինչ այս հայտնի արդյունքները՝ համակարգի կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան հանգույցների թվի դեպքում, իսկ երկրորդը՝ վթարակայուն gossip սխեմաների մինիմում հնարավոր տակտերի թվի վերաբերյալ

Ստացված արդյունքների կիրառական նշանակությունը

Հետազոտությունում ստացված արդյունքները՝ մասնավորապես նվազագույն gossip սխեմաները կիրառելի են որպես հենքային ցանցային տոպոլոգիա մեծ չափերի հասնող համակարգերում՝ համակարգի բաղադրիչների միջև օպտիմալ ձևով ապակենտրոն հաղորդակցությունը կազմակերպելու համար: Այս տեսանկյունից նշանակալի արդյունք են նաև առաջարկվող վթարակայուն gossip սխեմաները, որոնց կիրառելիությունը կարող է դիտարկվել ոչ կայուն միջավայրում գործող բազմաբաղադրիչ ապակենտրոն համակարգերում:

Նախագծված Graph Plotter համակարգն ունի կիրառական նշանակություն վերոնշյալ ցանցերի մոդելավորման համար: Այն թույլ է տալիս նախագծել այդպիսի ցանցեր (փոքր թվով գագաթների դեպքում), կատարել կառուցվածքային փոփոխություններ դրանց տարբեր հատվածներում, ստուգել վթարակայունության մակարդակը և այլն:

Աշխատանքի արդյունքների ներդրումները

Աշխատանքում ստացված նվազագույն gossip սխեմաները (mgg) ներդրվել է "Effortis" ընկերության նոր նախագծում, որը իրենից ներկայացնում է մուլտիագենտ ապակենտրոն համակարգ՝ նախատեսված P2P ցանցում տվյալների բաշխված պահպանման և սպասարկման համար: Այն իրականացվել է Apache Gossip բաց ծրագրային կոդով գրադարանի հիման վրա, որպես հանգույցների միջև տոպոլոգիա ընտրելով մեր կողմից առաջարկված MGG սխեմաները: Արդյունքը հնարավորություն է տալիս կատարել համակարգի ներքին վիճակի սինխրոնիզացիա՝ նվազագույն հնարավոր հեռակա ծրագրային կանչերի (remote procedure call) և օպտինալ ժամանակի պարագայում:

Պաշտպանության ներկայացվող հիմնական դրույթները

1. Նվազագույն gossip գրաֆների կառուցման նոր եղանակ՝ ցանցի գագաթների որոշակի ենթաբազմությունների համար:
2. NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում նվազագույն հնարավոր ժամանակում:
3. Նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ՝ Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա, որոնք ունեն օպտիմալին մոտ կանչերի թիվ՝ ցածր վթարակայունության մակարդակների դեպքում, ինչպես նաև օպտիմալ կանչերի թվով և օպտիմալ ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող նոր վթարակայուն տոպոլոգիաներ՝ Knodel տեսակի գրաֆների հիման վրա:
4. Ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած gossip սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն ավելի օպտիմալ՝ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև էքսպերիմենտալ ձևով հաստատել դրանց լրիվ gossip սխեմաներ հանդիսանալը, պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը:

Աշխատանքի արդյունքների զեկուցումները

- Միջազգային գիտաժողով՝ "Computer Science and Information Technology'' (CSIT-2013), Երևան, Հայաստան, 2013 թ. (2 զեկույց)
- Միջազգային գիտաժողով՝ "Computer Science and Information Technology'' (CSIT-2015), Երևան, Հայաստան, 2015 թ.
- Միջազգային գիտաժողով՝ "Computer Science and Information Technology'' (CSIT-2017), Երևան, Հայաստան, 2017 թ.

Հրապարակումները

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները հրապարակվել են 8 գիտական աշխատություններում, որոնք թվարկված են սեղմագրի վերջում:

Ատենախոսության կառուցվածքը և ծավալը

Ատենախոսությունն իր մեջ ներառում է ներածություն, երեք գլուխ, եզրակացություններ, գրականության ցանկ՝ իր 84 հղումներով: Ատենախոսության ընդհանուր ծավալը՝ 107 էջ:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածության մեջ հիմնավորվել է ատենախոսության թեմայի արդիականությունը, նկարագրվել են դրա կիրառական օրինակները, ներկայացվել է հետազոտության նպատակն ու խնդիրները, գիտական նորույթը, պաշտպանությանը ներկայացվող հիմնական դրույթները և հետազոտության տեսական ու գործնական նշանակությունը:

Ատենախոսության **առաջին գլխում** կատարված է գոյություն ունեցող հայտնի gossip մոդելների և ստացված արդյունքների ընդհանուր ուսումնասիրություն: Այս գլխում կատարված վերլուծությունը, հատկապես հայտնի արդյունքների համեմատական վերլուծությունը gossip և վթարակայուն (fault-tolerant) gossip խնդիրների ասպարեզում, ցույց է տալիս նշված խնդիրների բազմազանությունը, դրանց գիտական և տեսական նշանակությունը: Բացի այդ, այս գլխում ներկայացված են նաև որոշակի մեծ կարևորություն ներկայացնող բաց խնդիրներ, որոնցից որոշներին և անդրադարձել ենք սույն աշխատության սահմաններում: Մասնավորապես, West[1]-ը խնդիր է դրել գտնել NOHO (No One Hears Own) gossip սխեմաներում տակտերի մինիմում հնարաոր քանակը, կամ ցույց տալ թե ինչ ազդեցություն ունի NOHO սահմանափակումը ընդհանուր դեպքում հայտնի $T = \lceil log_2 n \rceil$ արժեքի վրա: Մյուս կողմից, մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում վթարակայուն gossip սխեմաներում կանչերի նվազագույն հնարավոր քանակի և տակտերի նվազագույն հնարավոր քանակի արժեքների վերաբերյալ հետազոտությունները: Այս խնդիրը ևս առաջադրվել է $Douglas\ West$[1]- ի կողմից: Նկատենք, որ այս պարագայում մենք գործ ունենք մուլտիգրաֆների հետ, որտեղ կամայական տրված երկու գագաթների միջև կարող է լինել տարբեր կշիռներով բազմակի կանչեր (որոնք տեղի են ունենում ժամանակի տարբեր պահերի):

1.1 բաժնում բերված է gossip խնդրի պարզ ձևակերպումը (Ա. Բոյդ), հետևյալ կերպ. դիտարկենք n հոգուց կազմվաց բազմություն, որոնցից յուրաքանչյուրը սկզբնական պահին գիտի որոշակի ինֆորմացիա՝ անհայտ մնացածին: Նրանք օգտագործում են հեռախոսային զանգերը, որպեսզի ցրեն իրենց ինֆորմացիան: Ամեն մի զանգի ընթացքում մասնակիցներից յուրաքանչյուրը (2 մասնակից) տեղեկացնում է մյուսին իր տիրապետած ողջ ինֆորմացիայի մասին: Խնդիրն է գտնել մինիմալ երկարությամբ զանգերի

[1] D .B. West, “Gossiping without duplicate transmissions" , SIAM J. Alg. Disc. Meth., vol. 3, pp. 418-419, 1982

հաջորդականություն, որի պարագայուն բոլորը կլինեն տեղեկացված սկզբնական ողջ ինֆորմացիայի մասին (լրիվ gossip):

Այս խնդիրը լուծվել է միանգամից մի քանի հեղինակների կողմից[2][3][4] տարբեր եղանակներով, և ստացված լուծումն է $2n-4$, որտեղ n-ը մարդկանց քանակն է: Հետաքրքիր է նկատել, որ վերոնշյալ խնդիրը կարելի է ներկայացնել նշավորված գրաֆի տեսքով, որի գագաթները համապատասխանում են հաղորդակցվող ինդիվիդուալների, իսկ կողերի կշիռները ցույց են տալիս ժամանակի այն պահը (տակտը), երբ կոմունիկացիան տեղի է ունեցել համապատասխան գագաթների միջև: Թեև գոյություն ունեցող բազմաթիվ վարիացիաների, մեր կողմից դիտարկվող մոդելներում կոմունիկացիան կամայական 2 գագաթների (ինդիվիդուալների) միջև տեղի է ունենում ակնթարթորեն՝ պահանջում է ժամանակի մեկ տակտ:

1.2 բաժինը ամբողջությամբ վերաբերվում է վթարակայուն gossip պրոցեսսի ուսումնասիրմանը և հայտնի արդյունքների նկարագրմանը: Սա ենթադրում է որոշակի խափանումներ տեղի ունենալու հնարավորություն gossip պռոցեսսի ընթացքում: Մասնավորապես, հնարաոր են ինչպես կոնկրետ կանչի կամ ամբողջ կապուղու, այնպես էլ որևէ հանգույցի խափանում (տես Pelc[5] խափանումների ողջ դասի նկարագրության համար), սակայն տվյալ ատենախոսությունում հիմնականում դիտարկվում է միայն սահմանափակ (bounded), վթարային տեսակի (crash type), չադապտացվող, կանչերի հիմնական խափանման դեպքը: Ուստի նպատակն է գտնել այնպիսի մինիմալ երկարությամբ զանգերի հաջորդականություն, որը կերաշխավորի լրիվ ինֆորմացիայի փոխանակում համակարգի հանգույցների միջև նույնիսկ եթե այդ պրոցեսում ամենաշատը k զանգ (կամայական) խափանվի: Նվազագույն երկարությամբ զանգերի հաջորդականությունը, որը բավարարում է նշված պայմաններին կախված է համակարգի հանգույցների թվից և պահանջվող վթարակայունության մակարդակից ու նշանակվում է $\tau(n,k)$: Այս խնդիրը մինչ այժմ բաց է և $\tau(n,k)$-ի համար գոյություն ունի միայն վերին կամ ստորին սահմանների գնահատականներ: Մասնավորապես, վերջին այդյունքներն են այստեղ. $\tau(n,k) \le \frac{n}{2} log_2 n + nk/2$, եթե n-ը 2-ի աստիճան թիվ է, $\tau(n,k) \le 2n \lfloor log_2 n \rfloor + n \lceil \frac{k-1}{2} \rceil$, հակառակ դեպքում:

---

[2] B.Baker and R.Shostak, “Gossips and telephones" , Discrete Math., vol. 2, pp. 191-193, 1972

[3] T. Tijdeman, “On a telephone problem" , Nieuw Arch. Wisk., vol. 3, pp. 188 - 192, 1971

[4] R.T.Bumby, “A problem with telephones" , SIAM J. Alg. Disc. Math., vol. 2, pp. 13-18, 1981

[5] A. Pelc, “Fault-tolerant broadcasting and gossiping in communication networks”, Networks vol. 28, 1996

Սրա հետ մեկտեղ, կան նաև բազմաթիվ այլ արդյունքներ[6][7][8] , որոնք օպտիմալ են դառնում n-ի և k-ի կոնկրետ արժեքների դեպքում:

1.3 բաժնում դիտարկվում են առկա բաց gossip խնդիրների որոշակի ենթադաս, որը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում մեր հետազոտություններում: Մասնավորապես, տվյալ հետազոտության շրջանակներում մեր կողմից հիմնականում դիտարկվել են հետևյալ 2 խնդիրները.

1. Չնայաց այդ ուղղությամբ տարված աշխատանքների, մինչ այժմ բաց է մնացել NOHO տեսակի gossip սխեմաներում, որտեղ ոչ մի մասնակից չի լսում իր իսկ ունեցաց սկզբնական ինֆորմացիան որևէ այլ մասնակցից (No One Hears Own), նվազագույն հնարավոր կանչերի քանակի և նվազագույն պահանջվող ժամանակի արժեքները:
2. Ինչպես արդեն նշվեց բաց է մնացել նաև նույն բնութագրիչների արժեքների գնահատման խնդիրը վթարակայուն gossip սխեմաներում: Այստեղ գոյություն ունեն միայն վերին և ստորին սահմանների գնահատականներ:

Բացի գրականության մեջ հայտնի այս բաց խնդիրներից նշված բաժնում մեր կողմից առաջ է քաշվում որոշակի բաց խնդիրներ, որոնք բոլորը վերաբերում են սույն հետազոտություններում մեր կողմից լայն կիրառում ստացած «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի կիրառություններին:

1.4 բաժնում ներկայացվում են որոշ ընդհանուր նշանակություն ունեցող սահմանումներ և նշանակումներ: Մասնավորապես մեջբերենք դրանցից ամենակարևորները այստեղ:

Ցանկացած gossip սխեմա կարելի է ներկայացնել չկողմնորոշված, համարակալված կողերով, n գագաթներով $G = (V, E)$ գրաֆի տեսքով ($|V| = |V(G) = n|$): G-ի գագաթները և կողերը արտահայտում են համապատասխանաբար gossip սխեմայի հանգույցներն ու այդ հանգույցների միջև տեղի ունեցող զանգերը: Այսպիսի գրաֆը կարող է ունենալ բազմակի կողեր, բայց ոչ փակ ցիկլեր: G-ի կողերի համարակալումը դա $t_G: E(G) -> Z^+$ արտապատկերում է, որտեղ տվյալ $e \in E(G)$ կողի համար $t_G(e)$ կշիռը արտահայտում է ժամանակի այն պահը երբ համապատասխան զանգը տեղի է ունեցել:

Սահմանում. Դիտարկենք միևնույն գագաթների բազմությամբ երկու նշավորված գրաֆ՝ $G_1 = (V, E_1)$, $G_2 = (V, E_2)$: Այս գրաֆների կողային գումարային գրաֆ կանվանենք այնպիսի $G_1 + G_2 = G = (V, E)$գրաֆը, որտեղ $E = E_1 \cup E_2$և որի $e \in E$ կողերը նշավորված

[6] R.W. Haddad, S. Roy and A .A . Schaffer, “On gossiping with faulty telephone lines" , SIAM J. Alg. Disc. Meth., vol. 8, pp. 439-445, 1987

[7] Z. Ho and M. Shigeno, “New bounds on the minimum number of calls in failure-tolerant Gossiping" , Networks, vol. 53, pp. 35-38, 2009

[8] T. Hasunama and H . Nagamochi, “Improved bounds for minimum fault-tolerant gossip graphs" , LNCS 6986, pp. 203-214, 2011

են հետևյա կանոնի համաձայն. $t_G(e) = t_{G_1}(e),\ e \in E_1,\quad t_G(e) = t_{G_2}(e) + max_{e' \in E_1} t_{G_1}(e')$, $e \in E_2$:

Սահմանում. $n \geq 2$ գագաթներով (n-ը զույգ է) և $1 \leq \Delta \leq \lfloor log_2 n \rfloor$ աստիճանով Knodel գրաֆը նշանակվում է $W_{\Delta,n}$: $W_{\Delta,n}$ -ի գագաթները (i,j) զույգեր են , որտեղ $i = \{1,2\}$ և $0 \leq j \leq n/2 - 1$: Ամեն մի j-ի և l-ի համար , $0 \leq j \leq n/2 - 1$ և $l = 1,\ldots,\Delta$, գոյություն ունի l կշռով կող $(1,j)$ և $(2, j + 2^{l-1} - 1 \ mod\ n/2)$ գագաթների միջև:

Սահմանում. Երկու՝ G և H նշավորված (կշռված) կողերով գրաֆները համարվում են իզոմորֆ, եթե գոյություն ունի փոխմիարժեք արտապատկերում այս երկու գրաֆների գագաթների բազմությունների միջև՝ $f: V(G) \to V(H)$, այնպիսին, որ կամայական երկու u և v գագաթները հարևան են հանդսիանում G- ում այն և միայն այն դեպքում, երբ $f(u)$ և $f(v)$ գագաթները հարևան են H-ում և $t_G(u,v) = t_H(f(u), f(v))$:

Գլուխ 2-ում ներկայացված է մեր հետազոտությունների արդյունքում ստացված հիմնական տեսական արդյունքները, մասնավորապես ներկայացվում է մեր կողմից լայն կիրառում ստացած gossip գրաֆների ոչ իզոմորֆ համարժեքության դասեր գեներացնող «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի տաբեր կիրառության օրինակներ՝ նոր տոպոլոգիաների ստացման, gossip սխեմաներում մինիմում հնարավոր կանչերի թվի նորովի անալիտիկ ստացման, MGG (մինիմում gossip գրաֆ) - ների կառուցման, նվազագույն հնարավոր տակտերի քանակով NOHO սխեմաների կառուցման համար: Բացի այդ այս գլխում ներկայացվում է մեր կողմից կատարված հետազոտությունները վթարակայուն gossip խնդիրների ուղղությամբ:

2.1 բաժնում բերված է «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի սահմանումն ու նկարագրությունը: Նշանակենք տվյալ v գագաթին հարևան կողերի բազմությունը $E_v(G)$: Ենթադրենք տրված է e կողը և դրա երկու ծայրակետերից մեկը՝ v, մենք դիտարկում ենք $E_v(G)$ բազմության հետևյալ երկու ենթաբազմությունները. $\rho_v{}^+(e,G) = \{e' \in E_v(G) \mid t_G(e') \geq t_G(e)\}$, $\rho_v{}^-(e,G) = \{e' \in E_v(G) \mid t_G(e') \leq t_G(e)\}$: «Լոկալ տեղափոխության» մեթոդը կարող է արտահայվել երկու օպերացիաներով՝ «մեծերի տեղափոխություն» կամ «փոքրերի տեղափոխություն»:

Սահմանում. «Մեծերի տեղափոխություն» օպերացիան՝ $P^+(e)$, u և v գագաթները միացնող տրված $e \in E(G)$կողի վրա կոչվում է G-ի այնպիսի մոդիֆիկացիան, որի արդյունքում G-ում e-ին կից կողերը տեղափոխվում են հետևյալ կերպ (համապատասխանաբար սահմանվում է նաև «փոքրերի տեղափոխություն» գործողությունը՝ $P^-(e)$). $E_u(P^+(e)G) = \rho_u{}^-(e,G) \cup \rho_v{}^+(e,G)$, $E_v(P^+(e)G) = \rho_v{}^-(e,G) \cup \rho_u{}^+(e,G)$: P^+ և P^- օպերատորները կոչվում են «լոկալ տեղափոխության» օպերատորներ:

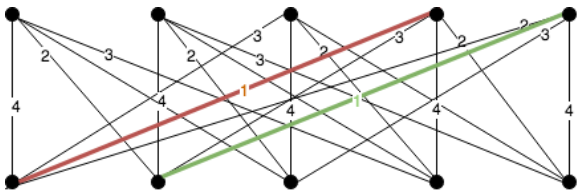
Լեմմա. Լրիվ gossip գրաֆի վրա «լոկալ տեղափոխության» օպերատորների կիրառության արդյունքը նույնպես լրիվ gossip գրաֆ է՝ սկզբնականին համարժեք տակտերի և կանչերի թվով:

Սա հետևում է այն բանից, որ եթե երկու մասնակիցների միջև զանգը տեղի է ունեցել ժամանակի t_0 պահին, ապա սկսած այդ պահից նրանք երկուսնել ունեն նույն ինֆորմացիան և հանդիսանում են համարժեք այդ տեսանկյունից:

2.1.1 ենթաբաժնում նոր եղանակով է ապացուցվում gossip գռաֆում նվազագույն անհրաժեշտ կողերի թվի գնահատականը՝$2n-4$: Այս արդյունքը արդեն մի քանի անգամ տարբեր եղանակներով ապացուցվել է, սակայն վերոնշյալ մեթոդի կիրառությունը թույլ տվեց սահմանել ապացույցի նոր մեթոդ: Այս նոր մեթոդը հիմնված է զուտ gossip սխեմայում ինֆորմացիայի հնարավոր կրկնման աստիճանի վրա և այս տեսանկյունից դիտարկում է բոլոր հնարավոր gossip տոպոլոգիաները 3 դասերի մեջ՝ համակարգում առկա են ցիկլեր, համակարգում բացակայում են ցիկլերը (NOHO), համակարգում բացակայում է ինֆորմացիայի որևէ կրկնություն (NODUP):

2.2 բաժնում դիտարկվում է վերոնշյալ «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի կիրառությունը գրականության մեջ մինչ այժմ բաց խնդիր համարվող նվազագույն ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող NOHO տեսակի գրաֆների ստացման նպատակով: Նշված օպերացիայի կիրառությունը Knodel տեսակի գրաֆների վրա հիմնված gossip գրաֆների վրա հանգեցնում է NOHO տեսակի տոպոլոգիաների ստեղծմանը՝ կամայական զույգ համակարգի գագաթների թվի պարագայում:

Հայտնի փաստ է, որ 2 Knodel տեսակի գրաֆների ($\Delta_1 = \lfloor log_2 n \rfloor, \Delta_2 = 1$) կոմբինացիայի արդյունքը հանդիսանում է gossip գրաֆ: Ինչպես արդեն սահմանվել է $A_l^- = \{P^-(e) | t_G(e) < l\}$ օպերացիա է, որը տեղափոխում է բոլոր այն կողերը, որոնք ունեն l-ից ավելի փոքր կշիռ: Ուստի վերոնշյալ G գրաֆի վրա կիրառելով A_2^- օպերացիան բոլոր 1 կշռով կողերը կտեղափոխվեն և արդյունքում մենք կստանանք նոր գրաֆ:



Նկ.1. NOHO գրաֆ (ստացված Knodel գրաֆի մոդիֆիկացիայից):

Լեմմա. A_2^-օպերացիայի կիրառության արդյունքը Knodel գրաֆի վրա հիմնված լրիվ gossip գրաֆի վրա հանդիսանում է NOHO gossip գրաֆ՝ նվազագույն հնարավոր տակտերի թվով՝ $T = \lceil log_2 n \rceil$:

Բաժին 2.3-ում դիտարկվում է նվազագույն gossip գրաֆների (գրականության մեջ հայտնի որպես mgg ՝ minimum gossip graph) կառուցման նոր մեթոդ, որը ևս հիմնված է այնպիսի հիմքային տոպոլոգիայի վրա, որը ստացվել է հայտնի մոդելի վրա կիրառելով «լոկալ տեղափոխության» գործողությունը: Կառուցված գրաֆների յուրահատկությունը կայանում է նրանում, որ դրանք ունեն նվազագույն հնարավոր կողերի քանակ (gossip սխեմայում կանչերի քանակ)՝ 2n-4, որտեղ n-ը գրաֆի գագաթների թիվն է և, միևնույն ժամանակ, այս գրաֆների տակտերի թիվը (լրիվ gossip իրականացնելու ժամանակ) նվազագույնն է այսպիսի կանչերի թվի պարագայում (հավասար ստորին սահմանի գնահատականին՝ $T \geq 2\lceil log_2 n \rceil - 3$):

Դիտարկված կառուցման մեթոդում ստացված հիմքային գրաֆը ունի նվազագույն հնարավոր կողերի թիվ և մնացած գագաթները մասնակցում են gossip պրոցեսին կազմելով ծառեր, որոնց արմատը հանդիսանում է հիմքային գրաֆի գագաթներից որևէ մեկը: Կարևորագույն խնդիրը այստեղ հանդսիանում է նվազագույն հնարավոր տակտերի թվի ապահովումը՝ հիմքային գրաֆի տարբեր չափերի համար: Այս նպատակով կիրառվում է «լոկալ տեղափոխության» գործողությունը (A^+) NOHO տեսակի հայտնի[9] մոդելի վրա ու արդյունքում ստացված գրաֆը մենք անվանում ենք «կանոնիկ» տեսքի:

Վերջիվերջո այս բաժնում ցույց է տրվում, որ առաջարկվող մեթոդով gossip գրաֆների կառուցման պարագայում ստացվող ժամանակը կամ տակտերի թիվը հավասար է լինում հայտնի ներքևի սահմանի գնահատականին՝ գագաթների թվի որոշ սահմանափակ միջակայքերի համար ({[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96],[129-192], [257-384], [513-768], ...}):

Բաժին 2.4-ում դիտարկվում է նշավորված Knodel գրաֆների այնպիսի մոդիֆիկացիաներ, որոնք ստացվում են դրա կողերի կշիռների արժեքների ցիկլիկ տեղափոխության արդյունքում: Այս գլխում հիմնականում փորձ է արվում ապացուցել ստացված գրաֆի լրիվ gossip հատկությունները պաշտպանելու կամ չպաշտպանելու երևույթը՝ կախված գրաֆի գագաթների թվից:

Ենթաբաժին 2.4.1-ում դիտարկվում է միայն $n = 2^k - 2, k \geq 3$ տեսքի գագաթների թվով գրաֆների դեպքը: Այս բաժնում բերվում է Knodel գրաֆների կողերի կշիռների (կամ նշիչների) ցիկլիկ տեղափոխության արդյունքում ստացվող գրաֆների ֆորմալ սահմանումը:

Սահմանում. $n \geq 2$ գագաթներով (n-ը զույգ է) և $1 \leq \Delta \leq \lfloor log_2 n \rfloor$ աստիճանով կողային-տեղափոխության ենթարկված Knodel գրաֆը նշանակվում է $M_{\Delta,n}(p)$, որի գագաթները իրենցից ներկայացնում են (i,j); $i = 1,2$; $0 \leq j \leq n/2 - 1$ զույգերի բազմություն: Ամեն մի j-ի և $l = 1,\ldots,\Delta$-ի համար գոյություն ունի l կշռով կող $(1,j)$ և $(2,(j + 2^{p+l-1} - 1)\ mod\ n/2)$ գագաթների միջև, որտեղ p-ն ամբողջ թիվ է տրված գրաֆի համար՝ $p \in [0,\Delta - 1]$ միջակայքում:

[9] V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, “Method of local interchange to investigate Gossip problems”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 40, pp. 5-12, 2013

Այնուհետև դիտարկվում է $G' = M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(\lfloor log_2 n \rfloor - 1) + M_{1,n}(\lfloor log_2 n \rfloor - 1)$ գրաֆը ու ցույց է տրվում նշված գրաֆի լրիվ gossip հանդիսանալը: Սա ցուց է տրվում հիմնվելով գրաֆի բոլոր գագաթներից դեպի (0, 1) գագաթը գնացող աճող ճանապարհների վրա: Քանի որ մենք այստեղ գործ ունենք սիմետրիկ գրաֆի հետ, նույնը կարելի է պնդել նաև մնացած բոլոր գագաթների համար: Ելնելով այս փաստից, հետևություն է կատարվում, որ $G = M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1,n}(p), 0 \le p \le \lfloor log_2 n \rfloor - 1$ գրաֆը ևս հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ: Սա հետևում է այն փաստից, որ $M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(\lfloor log_2 n \rfloor - 1)$ գրաֆը փաստացի իզոմորֆ է $W_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}$Knodel գրաֆին, ինչպես նաև $M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(p), 0 \le p \le \lfloor log_2 n \rfloor - 1$ գրաֆները իզոմորֆ են մեկը մյուսին, երբ n-ը $2^k - 2$ տեսքի է:

Ենթաբաժին 2.4.2-ում դիտարկվում է $n = 2^k, k \ge 3$դեպքը, որը էական տարբերություններ ունի նախորդի համեմատ: Նկատենք, որ այս դեպքում $W_{log_2 n, n}$ գրաֆը ինքնին հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ և կարիք չկա ավելացնել $W_{1,n}$.

Թեորեմ. $M_{log_2 n, n}(1)$ գրաֆը հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ:

Ապացույցը հիմնված է այն փաստի վրա, որ նշված գրաֆը կազմված է երկու $n/2$ գագաթանի Knodel գրաֆներից, որոնք իրար են միացված այս երկու կոմպոնենտների գագաթների բազմության միջև միակ 1:1 արտապատկերում սահմանող $log_2 n$ կշռով կողերով:

Թեորեմ. $M_{log_2 n, n}(p), p \ne 1$ գրաֆը չի հանդիսանում լրիվ gossip գրաֆ:

Այս թեորեմի ապացույցը ևս հիմնված է «լոկալ տեղափոխության» գործողության կիրառության վրա: Մասնավորապես ցույց է տրվում, որ այդ գործողության կիրառությամբ կարելի է ստանալ մի գրաֆ (համարժեք gossip հատկություններով $M_{log_2 n, n}(p)$-ին), որը ունի $log_2 n$ տակտ և միևնույն ժամանակ բազմակի կողեր (նույն գագաթները զանգում են իրար 1-ից ավել անգամ): Սա ակնհայտորեն հակասում է այն պնդմանը, որ $log_2 n$ ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող գրաֆում ամեն տակտում մասնակից գագաթների ինֆորմացիան պետք է կրկնապատկվի:

Ենթաբաժին 2.4.3-ում դիտարկվում է ընդհանուր դեպքը, որբ գագաթների թիվը՝ $n \ne 2^k$և $n \ne 2^k - 2$: Այստեղ նախ սահմանվում է Knodel գրաֆի կամայական երկու գագաթների հեռավորության, Knodel գրաֆի բազայի հասկացությունները, ինչպես նաև տրվում է դրանց մեջ առկա աճող ճանապարհի ֆորմալ նկարագիրը:

Սահմանում. Knodel գրաֆի կամայական $u = (i_1, j_1)$ գագաթից հեռավորությունը դեպի $v = (i_2, j_2)$ գագաթ, որտեղ $(j_1 + 2^{\lfloor log_2 n \rfloor}) \bmod n/2 \ge j_2$, կարելի է սահմանել հետևյալ կերպ. $D_{u,v} = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$:

Սահմանում. Որպես կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆի բազա՝ $u = (i_1, j_1)$գագաթի նկատմամբ (բազայի արմատ), հանդես է գալիս բոլոր այն v գագաթների բազմությունը, որոնց համար $0 \le D_{v,u} \le \lfloor log_2 n \rfloor$:

Այնուհետև տրվում է կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆի v գագաթի նկատմամբ բազային պատկանող գագաթների միջև առկա աճող ճանապարհի ֆորմալ ձևակերպումը.

Սահմանում. Նշանակենք $Path_{u,v}$-ով այն գումարը, որը հավասար է $D_{u,v}$-ին և ունի հետևյալ տեսքը. $Path_{u,v} = \sum_{l=0}^{k} s_l(2^{l+1} - 2^l)$, որտեղ $k = D_{u,v}$ և $s_l = 0$ կամ $s_l = 1$՝ կախված $D_{u,v}$-ի երկուական ներկայացումից:

Ապա բերվում է նոր տրանսֆորմացիայի սահմանումը՝ $T(Path_{u,v}) = T(2^{k+1} - 2^k + 2^{k-1} \ldots \pm 2^0)$, որի իմաստն է տրված երկու գագաթների միջև $W_{\lfloor log_2 n \rfloor, n} + W_{1,n}$ gossip գրաֆում առկա աճող ճանապարհի հիման վրա նոր աճող ճանարհի ստացումն է կողային-տեղափոխված $M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1,n}(p)$ Knodel գրաֆների միավորմամբ կառուցված գրաֆում: Այնուհետև այս ենթաբաժնում սահմանվում և ապացուցվում են մի քանի լեմմաներ, որոնք հիմք են հանդիսանում հետևյալ թեորեմին.

Թեորեմ. $G = M_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1,n}(p)$ գրաֆը հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ, կամայական զույգ $n \neq 2^k$ և $p = 0, \ldots, \lfloor log_2 n \rfloor - 1$-ի համար:

Բաժին 2.5-ում ներկայացվում է Wheel գրաֆների հիման վրա կառուցված վթարակայուն gossip գրաֆները: Այս տեսակի խնդիրներում մեր հետազոտությունների հիմքում ընկած է հայտնի թեորեմը [8]:

Դիցուք G-ն nգագաթներով համարակալված գրաֆ է, որտեղ $E(G)$-ն կարող է բաժանվել l ենթաբազմությունների՝ $F^{(0)}, F^{(1)}, \ldots, F^{(l-1)}$ այնպես, որ կամայական երկու կողերի համար՝ $e \in F^{(i)}$ և $e' \in F^{(j)}$, $t_G(e) < t_G(e')$ եթե $i < j$, և, բացի այդ, կամայական երկու u և v գագաթների համար գոյություն ունեն p կողնկախ ճանապարհներ u-ից դեպի v այպես, որ դրանց ընդհատման կետերի քանակի գումարը ամենաշատը q է, և r_i ճանապարհների վերջին կողերը գտնվում են $F^{(i)}$-ում,$0 \leq i \leq l-1$: Այդ դեպքում, կողերի մինիմալ քանակությունը k-հուսալիությամբ gossip գրաֆներում ունի հետևյալ սահմանը $\tau(n,k) \leq \sum_{i=0}^{\omega} |F^{(i \bmod l)}|$, որտեղ ω-ն ամբողջ թիվ է, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին $\sum_{i=0}^{\omega} r_{i \bmod l} \geq k + q + 1$:

Մասնավորապես, դիտարկենք $G = (V, E)$ անվանման գրաֆը գագաթների $n = 2p + 1$ կենտ թվով, որի գագաթները և կողերը համարակալված են հետևյալ կանոններով. կենտրոնական գագաթի համարը u է, մնացած $2p$ գագաթները (որոնք կազմում են շրջան) համարակալված են հաջորդական $v_1, v_1', v_2, v_2', \ldots, v_p, v_p'$: Քանի որ պարբերական սահմանային պայմանն ստացվել է, մենք կնույնականացնենք $v_{i \pm p} = v_i$ և $v_{i \pm p}' = v_i'$, $i = 1, 2, \ldots, p$-ի համար: Կողերի բազմությունը բաղկացած է 3 ենթաբազմություններից՝ $E(G) = F^{(0)} \cup F^{(1)} \cup F^{(2)}$, որտեղ $F^{(0)} = \{(v_i, v_i'): t_G((v_i, v_i')) = 1, i = 1, 2, \ldots, p\}$, $F^{(1a)} = \{(v_i', u): t_G((v_i', u)) = 2, i = 1, 2, \ldots, p\}$, $F^{(1b)} = \{(v_i, u): t_G((v_i, u)) = 3, i = 1, 2, \ldots, p\}$, $F^{(1)} = F^{(1a)} \cup F^{(1b)}$: Նախ G-ի գագաթներ բոլոր զույգերի համար կառուցվում է 3 կողանկախ ընդհատվող (կամ կոտրած) աճող ճանապարհներ առաջին գագաթից դեպի երկրորդը ընթացող: Պայմականորեն գագաթները բաժանվում են 3 ենթաբազմությունների՝ v_i, v_i' և u, իսկ բոլոր $i, j = 1, 2, \ldots, p$,

որտեղ $j \neq i-1, i, i+1, i+2$ տրվում են աճող ճանապարհները: Այնուհետև նշվածի հիման վրա հաշվվում են վերոնշյալ բազմությունների էլեմենտների քանակը՝ $|F^{(0)}| = (n-1)/2$, $|F^{(1)}| = n-1$, $|F^{(2)}| = (n-1)/2$, $p = 3$, $r_0 = r_1 = r_2 = 1$, $q = 3$, ինչից մենք ստանում ենք $\omega \geq k+3$ և հետևաբար $\tau(n,k) \leq 2nk/3 + O(n)$: Նույն բանը ցույց է տրվում նաև զույգ գագաթների թվի դեպքում՝ չնայած, որ այնտեղ կառուցման մեթոդում կան որոշակի տարբերություններ:

Բաժին 2.6-ում ներկայացվող մոտեցումը ևս հանդիսանում է վթարակայուն gossip սխեմաների կառուցման նոր մեթոդ: Ներկայացված մեթոդով կառուցված գրաֆները հատկապես օպտիմալ են ցածր վթարակայունության մակարդակի պահանջի դեպքում: Մասնավորապես դիտարկվում են $k = 1$ և $k = 2$ հատուկ դեպքերը, որոնց համար այստեղ ներկայացվում են միայն համապատասխան գնահատականները՝ $\tau(n,1) \leq 2n - 3 + \lfloor n/2 \rfloor$, $\tau(n,2) \leq 3n - 3$:

Բաժին 2.7-ում դիտարկվում են վթարակայուն gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ հիմնված Knodel գրաֆների վրա, որը՝ չնայած միայն մասամբ է հիմնավորված մաթեմատիկորեն, հիմք է տալիս մեզ առաջ քաշել շատ կարևոր հիփոթեզներ՝ վթարակայուն gossip սխեմաների կանչերի նվազագույն քանակի վերին սահմանի գնահատականի վերաբերյալ, ինչպես նաև վթարակայուն gossip սխեմաների տակտերի նվազագույն քանակի վերավերյալ: Այս հիփոթեզները հաստատվել են փորձարարական եղանակով՝ տարբեր (նույնիսկ բավական մեծ) գագաթների թվի պարագայում, ինչը, Knodel գրաֆների խիստ սիմետրիկ կառուցվածքի հետ մեկտեղ, կարևոր հիմքեր են ստեղծում վերոնշյալ հիփոթեզների համար: Կիրառելով վերոնշյալ թեորեմը $G = W_{\lfloor log_2 n \rfloor, n}$ գրաֆի վրա, մենք ստանում ենք հետևյալ արժեքները. G-ի կողերի բազմությունը՝ $E(G)$, բաժանված է հետևյալ $l = \lfloor log_2 n \rfloor$ ենթաբազմությունների՝ $E(G) = F^{(0)} \cup F^{(1)} \cup \ldots \cup F^{(l-1)}$, որտեղ $F^{(i)} = \{e: e \in G;\ t_G(e) = i+1\}$; $i = 0, 1, 2, \ldots, \lfloor log_2 n \rfloor - 1$: $F^{(i)}$-ի կողերի թիվը կլինի $|F^{(i)}| = n/2$, բոլոր $i = 0, 1, 2, \ldots, \lfloor log_2 n \rfloor - 1$համար: G-ի ցանկացած գագաթ ունի $\lfloor log_2 n \rfloor$ հարակից կողեր, որոնցից յուրաքանչյուրը պատկանում է միայն ճիշտ մեկ $F^{(i)}$ բազմության: Ըստ մեր նկատառումների Knodel գրաֆի կամայական երկու գագաթների միջև գոյություն ունի $p = \lfloor log_2 n \rfloor$ կողանկախ աճող (հաճախ ընդհատված) ճանապարհ: Կարելի է ցույց տալ, որ $q = \lfloor log_2 n \rfloor$ և $r_i = 1$ բոլոր $i = 0, 1, 2, \ldots, \lfloor log_2 n \rfloor - 1$ համար, ω-ն ամբողջ թիվ է, որը բավարարում է $\omega \geq k + q$ պայմանին: Ուստի՝ $\tau(n,k) \leq n(\omega+1)/2 = \frac{n}{2}\lceil log_2 n \rceil + nk/2$, ինչը հանդիսանում է $\tau(n,k)$-ի համար վերին սահմանի գնահատական կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան n-ի դեպքում: Նկատենք, որ այս սխեմաները ապահովում են նաև նվազագույն հնարավոր տակտերի թիվը (լրիվ gossip-ի ժամանակը)՝ $T(n,k) = \lceil log_2 n \rceil + k$:

Բաժին 2.8-ում ամփոփվում են այս գլխում նկարագրված մեթոդները և դրանց առանձնահատկությունները:

Գլուխ 3-ում բերվում է մեր կողմից նախագծված ծրագրային փաթեթի՝ Graph Plotter-ի ընդհանուր նկարագիրը, դրա տարբեր գործիքամիջոցների ու աշխատանքային ռեժիմների մանրամասն նկարագիրը և դրա իրականացման մանրամասները: Graph Plotter-ը իրականացվել է Wolfram Mathematica միջավայրում: Սակայն շատ գործիքամիջոցներ իրականացվել են C++ լեզվով և ինտեգրվել հիմնական փաթեթում որպես ընդլայնումներ: Այս ծրագրային փաթեթը շատ կարևոր դեր է կատարել մեր հետազոտություններում՝ մասնավորապես առաջ քաշված հիփոթեզների փորձարարական հաստատման կամ մերժման համար: Բացի այդ այն կարևոր նշանակություն ունի gossip սխեմաներով արտահայտվող ապակենտրոն ցանցերի մոդելների նախագծման համար, քանի որ իր գործիքակազմով հնարավորություն է տալիս կիրառել տարբեր մոդիֆիկացիոն գործողություններ կառուցված տոպոլոգիաների վրա, որը կհանգեցնի նոր համարժեք, բայց ոչ իզոմորֆ, տոպոլոգիաների ստացմանը (օրինակ՝ փոփոխել կապուղիների թիվը):

Բաժին 3.1-ում բերվում է ծրագրային համակարգի կառուցման մանրամասներ, դրա նպատակը և այն խնդիրները, որոնք լուծելու համար ստեղծվել է այս համակարգը: Մասնավորապես, նշվում է դրա կիրառական նշանակությունը՝ gossip սխեմաների նախագծման, «լոկալ տեղափոխության» գործողությունների միջոցով դրանց տոպոլոգիաների մոդիֆիկացման կամ համարժեք gossip տոպոլոգիաների ստացման, gossip սխեմայում ցիկլերի հայտնաբերման և NODUP սխեմաների հաստատման, վթարակայուն gossip սպեմաների նախագծման և վթարակայունության մակարդակի որոշման, կոտրված աճող ճանապարհների հայտնաբերման, broadcast տոպոլոգիաների նախագծման և համապատասխան ստուգումների իրականացման և Messy broadcast մոդելների կառուցման համար:

Ենթաբաժին 3.1.1-ում բերված է ծրագրային տարբեր կոմպոնենտների, օգտագործված տեխնոլոգիաների ամփոփ նկարագրությունը:

Ենթաբաժին 3.1.2-ը քննարկում է ծրագրային համակարգի աշխատանքային ռեժիմները, մասնավորապես մանրամասն անդրադարձ է կատարվում վերոնշյալ կետերից յուրաքանչյուրին՝ նկարագրելով համապատասխան խնդիրների դրվածքը և առաջարկվող ծրագրային լուծումները:

Բաժին 3.2-ը նկարագրում է իրականացված ալգորիթմները, տրվում դրանց բարդությունների գնահատականները և նկարագրվում համապատասխան իրականացման մանրամասներ:

3.2.1 ենթաբաժինը դիտարկում է NOHO գրաֆների վերիֆիկացման ալգորիթմը, դրա իրականացման սկզբունքները և կիրառական նշանակութունը:

3.2.2 ենթաբաժնում նույն վերլուծությունը կատարվում է այս անգամ NODUP (No Duplicates) սխեմաների կոնտեքստում: Սա կարևոր կիրառական նշանակություն է ստանում, օրինակ երբ գոյություն ունի հստակ սահմանափակումներ կապուղիների ինֆորմացիոն տարողունակության համար:

3.2.3 ենթաբաժնում դիտարկվում է վթարակայուն gossip խնդրիը և այն ալգորիթմը, որը օգտագործվել է նախագծված սխեմայի վթարակայունության մակարդակի հաստատման համար: Դրա էությունը կայանում է կամայական երկու գագաթների միջև մոնոտոն աճող ճանապարհների հայտնաբերման մեջ:

3.2.4 ենթաբաժնում դիտարկում է Messy broadcast 3 մոդելները՝ M_1, M_2, M_3: Այս ռեժիմը հնարավորություն է տալիս ստուգել կառուցված սխեմայի համապատասխանությունը Messy broadcast մոդելներին: Այս մոդելները կիրառական նշանակություն ունեն այն տեսանկյունից, որ հաճախ գոյություն չունի համակարգի մասին հստակ պատկերացում, օրինակ անհայտ է դրա չափերի կամ կապակցվածության վերաբերյալ հստակ պատկերացում և ամեն հանգույց գիտի միայն իր անմիջական հարևաններին և ինքը պետք է որոշում կայացնի ինֆորմացիայի հոսքի ուղղորդման վերաբերյալ: Այս մոդելներից յուրաքանչյուրում կա որոշակի անորոշության չափ ու հենց դրա տարբերությունն էլ դրված է այսպիսի բաժանման հիմքում:

3.3 բաժնում բերվում է “Folded paths” ֆունկցիոնալության նկարագրությունը, որը նախատեսված է նախագծված սխեմայում կամայական 2 գագաթների մեջ առկա ընդհատված ճանապարհների հայտնաբերման համար: Այս ֆունկցիոնալը կարևոր նշանակություն է ունեցել վթարակայուն gossip և կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆների վերաբերյալ կատարված հետազոտություններում:

3.4 բաժնում կատարված է եզրակացություն առաջարկվող մոդելների փորձարկումների վերաբերյալ: Մասնավորապես, մեծ կարևորություն ունի մեր կողմից առաջարկվող Knodel գրաֆների հիման վրա կառուցված վթարակայուն gossip սխեմաների փորձարարական եղանակով հաստատումը Graph Plotter ծրագրային փաթեթի օգնությամբ և Knodel գրաֆների հիման վրա կառուցված NOHO սխեմաների փորձարարական հաստատումը, ինչը հիմք հանդիսացավ համապատասխան մաթեմատիկական վերլուծության կատարման համար:

Աշխատանքի հիմնական արդյունքները

Այսպիսով, աշխատանքում ստացվել են հետևյալ հիմնական արդյունքները.

- Ստացվել է մինիմում gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ գագաթների որոշակի ենթաբազմությունների համար ({[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], ...}) [4, 6]:

- Մշակվել են NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում մինիմալ հնարավոր ժամանակում [3, 6]:
- Մշակվել են նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ՝ գրաֆներ կոմբինացիայիայի մեթոդի և Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա [1, 5]:
- Ապացուցվել է Knodel գրաֆի վրա կառուցված սխեմաների, որպես gossip տոպոլոգիա մնալու հատկությունը՝ նույնիսկ դրանց կողերի կշիռների ցիկլիկ տեղափոխության պարագայում [7, 8]:
- Առաջադրվել և փորձարարական եղանակով հաստատվել են հիպոթեզներ, առաջինը՝ վթարակայուն gossip սխեմաներում կանչերի մինիմալ հնարավոր քանակի վերին սահմանի գնահատականի վերաբերյալ, որը բարելավում է մինչ այս հայտնի արդյունքները՝ համակարգի կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան հանգույցների թվի դեպքում, իսկ երկրորդը՝ վթարակայուն gossip սխեմաների մինիմում հնարավոր տակտերի թվի վերաբերյալ [1]:
- Մշակվել է ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած “gossip” սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն ավելի օպտիմալ՝ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև էքսպերիմենտալ ձևով հաստատել դրանց լրիվ gossip սխեմաներ հանդիսանալը և պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը [2]:

Հրատարակված աշխատությունների ցանկը

1. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V.S. Poghosyan, “New methods of construction of fault-tolerant gossip graphs”, CSIT, pp. 75-77, 2013, IEEE conference proceedings
2. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, “Graph Plotter: a Software Tool for the Investigation of Fault-Tolerant Gossip Graphs”, CSIT, pp. 20-22, 2013
3. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, “Method of local interchange to investigate Gossip problems”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 40, pp. 5-12, 2013
4. V. Hovnanyan, Su. Poghosyan and V. Poghosyan, “Method of Local Interchange for the Investigation of Gossip Problems: part 2”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 41, pp. 15-22, 2014
5. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Fault-tolerant Gossip Graphs Based on Wheel Graphs”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 42, pp. 43-53, 2014
6. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Open problems in gossip/broadcast schemes and the possible application of the method of local interchange”, CSIT, pp. 73-78, 2015, IEEE conference proceedings
7. V. Hovnanyan, “Gossiping Properties of the Modified Knodel Graphs”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 46, 126-131, 2016.
8. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Gossiping Properties of the Edge-Permuted Knodel Graphs”, CSIT, pp. 17-20, 2017, IEEE conference proceedings

Vilyam Hovnanyan

The Development of the Methods and Algorithms for the Design of Optimal Schemes in Computer Networks

ABSTRACT

During the last decades, the application of medium and large-scale network computing systems (clusters, grids) has become widespread in different areas (research, economics, social, etc.). Parallel to their dissemination, the construction of optimal network structures has become actual among the network nodes to ensure fast information exchange. For their investigation, new approaches have been developed based on discrete mathematics, the graph theory, parallel programming and the probability theory.

The organization of optimal and fault-tolerant information exchange between the various nodes of the current generation networks, such as sensor, ad-hoc or multicomputer networks with multiprocessors is of a crucial importance. For example, there is a need for distributed fault-tolerant optimal communication algorithms (given the sensor observations) for preserving functionality and efficiency of the sensor network. Usually, these kind of networks are operating under limited computational or energy resource constraints and in a volatile environments. Thus, considering the peculiarities of such networks and, particularly, also relatively large scale and the challenges that lie ahead of them, it is becoming very important that the algorithms operating within them are simple, distributed, tolerant against dynamics of the network and without any single point of failure.

The above mentioned requirements lead to the design of "gossip" algorithms - schemes where the computational power is distributed among the various components of the network and each of these components has only local knowledge about the structure of the system, thus can interact only with its several neighbours. This kind of communication schemes are naturally fault-tolerant and optimal for information dissemination.

Considering all the above said, the design of the optimal algorithms and schemas for the full information exchange has become really actual. The main aims of such schemas are the implementation of such communication processes using the minimum possible number of calls, shortest possible time or the minimum possible number of channels.

The aim of the research

To provide network structures for gossip communication that will have optimal or near optimal values for the main properties of gossiping process (number of calls, number of channels and gossiping time).

The practical significance of the research

The results obtained in this research, particularly, minimum gossip graphs are applicable as an underlying communication topology for the distributed systems of large scale and can

provide optimal communication between the various components of such systems. From this perspective it is also worth mentioning fault-tolerant gossip schemas that can be applicable in a multicomponent decentralized systems operating in a non-stable environment.

On the other hand the designed Graph Plotter software package has a practical value in terms of the modeling of the above mentioned schemas. It allows us to construct such networks (for small number of vertices), make some structural changes to them, verify the level of fault-tolerance, etc.

The results of the research

Thus, the main results of the work are the following:

- A new method of construction of minimum gossip graphs for some subsets of the number of vertices was obtained ({[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], ...}) [4, 6]
- A new method of construction of NOHO gossip schemas with minimum possible gossiping time [3, 6]
- A proof for the Knodel graphs preserving their gossiping properties even after a cyclic permutation of the weights of its edges [7, 8]
- A new fault-tolerant gossip schema based on graph combination method and Wheel graphs [1, 5]
- Hypothesis (verified experimentally) on the upper bound value for the minimum number of calls and minimum possible gossiping time value in fault-tolerant gossip schemes that are based on the construction using Knodel graphs [1]
- A software package for modeling gossip schemes, obtaining new topologies (more optimal for the given requirements) with the help of various tools, as well as to verify experimentally their gossiping properties and the level of fault-tolerance [2]

Вильям Овнанян

Разработка алгоритмов и методов проектирования оптимальных структур по распространению информации в компьютерных сетях

Актуальность темы

За последнее десятилетие применение вычислительных сетевых систем (кластерная система, грид), достигшие средних и больших размеров, получили широкое распространение с точки зрения решения проблем, поставленных перед разными отраслями экономики и науки.

Обеспечение оптимального и/или аварийно-устойчивого обмена и распространения информации между узлами в разнохарактерных вычислительных сетях современного поколения, таких как, в частности, сенсорный, ad-hoc, как и в много-компьютерных и многопроцессорных сетях имеет важнейшее значение. Например, для обеспечения

функциональности и эффективности сенсорных сетей, появляется необходимость выявления событий и разработки фиксированных децентрализованных оптимальных алгоритмов, учитывая наблюдения сенсора. Как правило, такие сети действуют в такой среде, где имеются определенные вычислительные и энергетические ресурсные ограничения, как и топология сети сама по себе подвергается изменению, зависящая от времени. Учитывая своеобразность данных сетей, в частности, довольно большие размеры, а также задачи, поставленные перед ними, приобретает важность обеспечения простых, распределенных, устойчивых по отношению к динамике сети, лишенных единственной точки отказа и децентрализованных алгоритмов, действующих в данных сетях.

Вышеуказанные требования послужили основой для разработки так называемых “gossip” алгоритмов: схемы, в которых вычислительная мощность распределена между разными узлами системы, и каждая из них имеет только локализованное понимание относительно системы, поэтому и сообщается только с подмножеством определенных узлов. Данные коммуникационные схемы, как правило, наделены особенностями оптимального распространения информации и аварийно- устойчивостью.

Учитывая вышеуказанные обстоятельства, актуальной становится разработка оптимальных схем или алгоритмов полной передачи/распространения информации, основной целью которых станет осуществление данного процесса при минимальном количестве вызовов, минимальном количестве времени и минимальном количестве путей связи.

Применимое значение полученных результатов

Полученные результаты в ходе исследования- в частности, минимальные gossip схемы применимы в качестве основной сетевой топологии в системах, достигающие больших размеров, для того чтобы оптимальным методом организовать децентрализованную коммуникацию между компонентами системы. С этой точки зрения предлагаемые аварийно-устойчивые gossip схемы также являются значимым результатом, применение которых может рассматриваться в многокомпонентных децентрализованных системах, действующих в неустойчивой среде.

Спроектированная Graph Plotter система имеет применимое значение для моделирования вышеуказанных сетей. Она позволяет спроектировать такие сети (при вершин малого количества), выполнить структурные изменения в их разных фрагментах, проверить уровень аварийной устойчивости и др.

Основные результаты работы

Таким образом, в ходу работы получены следующие основные результаты:

- Получен новый метод по построению минимальных gossip схем, для определенных подмасс количество вершин ({[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], ...}) [4, 6].
- Разработаны gossip схемы NOHO вида, в которых имеется возможность обеспечить распространение информации в минимально возможное время [3, 6].
- На основе метода комбинации граф и граф Wheel вида разработаны новые аварийно-устойчивые gossip топологии [1, 5].
- Доказано свойство построения схем на графе Knodel, чтобы остаться в качестве gossip топологии, даже при циклическом перемещении весов их ребер [7, 8].
- Выдвинуты и экспериментальным методом подтверждены гипотезы, в первую очередь, относительно оценки верхнего предела минимального количества возможных вызовов в аварийно-устойчивых gossip схемах, которая улучшает до этого известные результаты в случае произвольного (не 2-ой степени) количества узлов, а во-вторых, относительно количества минимальных возможных тактов аварийно-устойчивых gossip схем [1].
- Разработан программный пакет, который позволяет как смоделировать любую “gossip” схему и получить новые топологии, которые будут наиболее оптимальными с точки зрения обеспечения выдвинутых требований, так и в экспериментальном виде утвердить то, что они полностью являются gossip схемами и выявить уровень их аварийно-устойчивости [2].